



**Titre:** Évaluation et ré-optimisation d'un horaire de vols  
Title:

**Auteur:** Fabrice Ndikumagenge  
Author:

**Date:** 2004

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Ndikumagenge, F. (2004). Évaluation et ré-optimisation d'un horaire de vols  
Citation: [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
<https://publications.polymtl.ca/7422/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/7422/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:**  
Advisors:

**Programme:** Non spécifié  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉVALUATION ET RÉ-OPTIMISATION  
D'UN HORAIRE DE VOLS

FABRICE NDIKUMAGENGE  
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES)

©Fabrice Ndikumagenge, 2004.



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file    Votre référence*

*ISBN: 0-494-01372-9*

*Our file    Notre référence*

*ISBN: 0-494-01372-9*

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

ÉVALUATION ET RÉ-OPTIMISATION  
D'UN HORAIRE DE VOLS

présenté par : NDIKUMAGENGE Fabrice

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. ORBAN Dominique, Doct. Sc., président

M. SOUMIS François, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. DESAULNIERS Guy, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. TRÉPANIER Martin, ing., Ph.D., membre

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier M. François Soumis pour avoir bien voulu diriger ce travail de recherche et pour le financement de ce travail. Ses conseils ont beaucoup contribué au bon déroulement de cette recherche.

Je tiens à remercier M. Guy Desaulniers pour la co-direction de ce projet d'études, pour ses explications toujours claires et pour sa constante disponibilité.

J'adresse un remerciement à M. Nicolas Bélanger pour son aide sur le plan informatique. Sa générosité et son dévouement ont beaucoup contribué à la réalisation de ce projet. Je remercie M. Benoit Rochefort pour son aide dans le traitement de données fournies par Air Canada.

Mes remerciements à MM Dominique Orban et Martin Trépanier pour l'intérêt qu'ils ont accordé à mon travail et pour avoir accepté de faire partie du jury de soutenance.

Je tiens à remercier tous les membres de l'équipe de Calcul Scientifique et Analyse Numérique de l'école polytechnique de Montréal. J'adresse un remerciement particulier à M. Steven Dufour pour m'avoir donné la possibilité d'enseigner le cours de Calcul Scientifique pour ingénieurs; ce qui fut une expérience très enrichissante et un complément important à ma formation.

Je voudrais profiter de cette occasion pour exprimer aux membres du personnel du département de Mathématiques et de Génie industriel et du laboratoire Gerad mes plus sincères remerciements.

Je remercie tous amis, collègues étudiants qui sont restés présents et qui ont contribué

à créer une agréable ambiance et qui m'ont toujours apporté leur soutien pendant ces années de maîtrise.

J'aimerais saluer la patience qu'a eue Christelle Ntikajahato. Elle est, sans aucun doute la personne qui a été la mieux placée pendant ces années, pour connaître et subir le quotidien de la vie d'un étudiant aux cycles supérieurs. Son aide et son soutien continu ont beaucoup contribué à la réalisation de ce projet de recherche.

Finalement, je remercie les membres de ma famille : Alice, Jean-Marie, Emery, Christian, Mère et Père. Malgré la distance qui nous sépare, vous êtes restés présents tout au long de mon travail.

## RÉSUMÉ

Le sujet traité dans ce mémoire porte sur l'évaluation et la réoptimisation d'un horaire de vols proposé par une compagnie aérienne. Pour ce faire, nous avons mis en place un système interactif d'aide à la réoptimisation d'un horaire de vols.

Le système évalue l'horaire de vols à partir d'une analyse de la solution du problème d'affectation des types d'avions aux vols. Cette analyse se fait en deux étapes. En premier, on fait une analyse globale, ensuite on procède à l'analyse par paires de villes. L'analyse globale nous a permis d'identifier un ensemble de segments de vol non rentables à l'aide d'une formule de bénéfice pondéré que nous avons définie. Ensuite, afin de suggérer des alternatives d'horaire de vols à considérer permettant d'améliorer cet horaire de vols, nous avons procédé à une analyse par paires de villes origine-destination. Cette analyse permet de suggérer l'annulation et/ou la fusion de vols non rentables.

Étant donné que l'annulation et la fusion de vols ont un effet sur la demande en passagers des vols, nous avons défini des modèles de répartition de la demande de passagers et d'attraction des vols. À partir de ces modèles, nous avons pu estimer la proportion de passagers désirant voyager sur chaque segment de vol du nouvel horaire, i.e, après l'annulation de vols et/ou la fusion de vols. Afin de savoir s'il existe des types d'avion appropriés pour effectuer des vols du nouvel horaire, notre système détermine le nombre d'avions de chaque type disponible à chaque instant de la période de planification.

Pour estimer le profit engendré par l'annulation ou la fusion de vols, nous proposons un modèle de réoptimisation d'un horaire de vols. Il s'agit d'un modèle linéaire en

nombres entiers basé sur une formulation de flot dans un réseau espace-temps de type multicommodité. Ce modèle est une extension du modèle de base d'affectation des types d'avions aux vols proposé par HANE ET AL (1995), auquel on ajoute la possibilité d'annuler et de fusionner des vols. Pour choisir les fusions les plus rentables, nous appliquons un algorithme du plus court chemin sur un réseau constitué d'un ensemble de fusions admissibles.

Afin de valider les économies réalisées en réoptimisant l'horaire de vols, nous présentons les résultats numériques obtenus. Nous comparons les résultats du problème de base et du problème permettant l'annulation et la fusion de vols. Dans le cadre de nos expérimentations, nous avons résolu les problèmes sur un horizon quotidien et hebdomadaire. Finalement, les résultats numériques ont démontré qu'on obtenait des solutions optimales et qu'un gain intéressant peut être obtenu par l'introduction de l'annulation et la fusion de vols. Cependant, nous constatons que lorsqu'on résout les problèmes sur une semaine les temps de résolution sont très élevés.



## ABSTRACT

The subject covered in this master's thesis relates to the evaluation and the reoptimisation of a schedule of flights proposed by an airline. With this intention, we set up an interactive decision support system (DSS) for the reoptimisation of a schedule of flights.

The system evaluates the schedule of flights starting with an analysis of the solution of the problem of assigning aircraft types to the flights. This analysis is done in two stages. In the first, we conduct a global analysis followed by an analysis per pair of cities. The global analysis enables us to identify a set of nonprofitable segments of flights using a weighted benefit formula, which we define. Then, in order to suggest flight schedules improved, we carry out an analysis per pair of origin-destination cities. This analysis allows us to suggest the cancellation and/or merging of nonprofitable flights.

Since the cancellation and the merging of flights have an effect on the demand for passengers on these flights, we define models of distribution of the demand for passengers and attraction of the flights. From these models, we can consider the proportion of passengers wishing to travel on each flight segment of the new schedule, i.e, after the cancellation and/or merging of flights. In order to know if there exist aircraft types adapted to accomplish the flights of the new schedule, our DSS determines at every moment the number of aircraft of each type available during the planning horizon.

In order to estimate the profit generated by the cancellation or the merging of flights, we propose a model for reoptimising the flight. It is an integer linear model based on

a time-space multicommodity network. This model is an extension of the basic model for assigning aircraft types to the flights, suggested by HANE AND AL. (1995), to which we add the possibility to cancel and merge flights. To chose the most profitable merging, we apply a shortest path algorithm made up of a set of acceptable mergers.

In order to validate the savings obtained by reoptimising the flights schedule, we present numerical results. We compare the results of the basic problem and the problem which allows the cancellation and merging of flights. Within the framework of our experiments, we solved the problems on a daily and a weekly horizon. Finally, the numerical results showed that we can obtain optimal solutions and that an interesting profit can be derived by the introduction of cancellation and the fusion of flights. However, we note that when we solve the problems over a week the solution times are very high.

# TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS . . . . .	iv
RÉSUMÉ . . . . .	vi
ABSTRACT . . . . .	viii
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	ix
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xiii
LISTE DES FIGURES . . . . .	xv
LISTE DES ALGORITHMES . . . . .	xvi
CHAPITRE 1 : INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 : Processus de planification en transport aérien . . . . .	1
1.2 : Problématique et objectifs de recherche . . . . .	4
1.3 : Structure du mémoire . . . . .	7

<b>CHAPITRE 2 : ÉVALUATION ET AMÉLIORATION D'UN HO-</b>	
<b>RAIRE DE VOLS . . . . .</b>	<b>9</b>
2.1 : Introduction . . . . .	9
2.1.1 : Affectation des types d'avion aux vols . . . . .	10
2.2 : Le bénéfice pondéré . . . . .	11
2.3 : Analyse de l'affectation des types d'avion aux vols . . . . .	13
2.3.1 : Analyse globale . . . . .	14
2.3.2 : Analyse par paires de villes . . . . .	21
 <b>CHAPITRE 3 : RÉPARTITION DE LA DEMANDE DE PASSA-</b>	
<b>ERS SUR UN NOUVEL HORAIRE . . . . .</b>	<b>26</b>
3.1 : Estimation du nombre de passagers pour chaque segment de vol d'un marché . . . . .	26
3.1.1 : Revue de littérature . . . . .	28
3.2 : Estimation de la demande en passagers sur le nouvel horaire . . . . .	30
3.2.1 : Modèle de répartition de la demande en passagers . . . . .	31
3.2.2 : Lissage d'une courbe de répartition de la demande en passagers	37
3.2.3 : Estimation du nombre de passagers pour chaque vol du nouvel horaire . . . . .	41

<b>CHAPITRE 4 : RÉ-OPTIMISATION D'UN HORAIRE DE VOLS ET AFFECTATION DES TYPES D'AVION AUX VOLS . . . . .</b>	<b>50</b>
4.1 : Affectation des types d'avion aux vols . . . . .	50
4.1.1 : Modèle de base d'affectation des types d'avion aux vols . . .	51
4.1.2 : Revue de littérature . . . . .	53
4.2 : Réoptimisation de l'horaire de vols . . . . .	54
4.2.1 : Possibilités d'annulation et de fusion de vols . . . . .	55
4.2.2 : Modèle de réoptimisation de l'horaire de vols . . . . .	60
4.3 : Résultats numériques et comparaisons . . . . .	64
4.3.1 : Résultats numériques sur une journée . . . . .	66
4.3.2 : Résultats numériques sur une semaine . . . . .	71
<b>CONCLUSION . . . . .</b>	<b>76</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE . . . . .</b>	<b>77</b>

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 : Distribution du bénéfice pondéré $\beta_v$ de tous les vols. . . . .	15
Tableau 2.2 : Quelques cas extrêmes inférieurs du bénéfice pondéré $\beta_v$ de l'ensemble des vols . . . . .	16
Tableau 2.3 : Ensembles de Canada-Étranger et Étranger-Canada. . . . .	18
Tableau 2.4 : Distribution du bénéfice pondéré $\beta_v$ des vols intérieurs. . .	19
Tableau 2.5 : Dix cas extrêmes inférieurs du bénéfice pondéré $\beta_v$ de l'ensemble de vols intérieurs du Canada . . . . .	20
Tableau 2.6 : Ensemble de vols des marchés Toronto-Charleston et Charleston— Toronto. . . . .	22
Tableau 2.7 : Distribution du bénéfice pondéré $\beta_v$ du marché Saint-Jean— Halifax sur une semaine. . . . .	23
Tableau 2.8 : Ensemble de vols des marchés Saint-Jean-Halifax et Halifax— Saint-Jean pour mercredi. . . . .	24
Tableau 3.1 : Ensemble des vols Toronto-Ottawa pour le lundi. . . . .	36
Tableau 3.2 : Ensemble des vols Montréal-Toronto de l'horaire initial pour le samedi. . . . .	43

Tableau 3.3 : Ensemble des vols du nouvel horaire du marché Montréal– Toronto pour le samedi. . . . .	43
Tableau 4.1 : Le nombre total de vols fusionnés obtenu en fonction de $M$ . . . . .	59
Tableau 4.2 : Taille des modèles pour la journée de mercredi. . . . .	67
Tableau 4.3 : Résultats numériques sur la résolution des problèmes pour la journée de mercredi. . . . .	68
Tableau 4.4 : Résultats numériques sur la solution des problèmes pour la journée de mercredi. . . . .	70
Tableau 4.5 : Taille des modèles sur une semaine. . . . .	72
Tableau 4.6 : Résultats numériques sur la résolution des problèmes d’une semaine. . . . .	73
Tableau 4.7 : Résultats numériques sur la solution des problèmes d’une semaine. . . . .	74

# LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Planification en transport aérien. . . . .	2
Figure 1.2 : Système interactif d'aide à la réoptimisation d'un horaire de vols. . . . .	6
Figure 3.1 : Demande en passagers en fonction du temps pour une paire de stations origine-destination. . . . .	27
Figure 3.2 : Attraction d'un vol particulier $v_8$ . . . . .	33
Figure 3.3 : Demande en passagers en fonction du temps pour le marché Toronto-Ottawa . . . . .	37
Figure 3.4 : Répartition d'une surface $S_i$ dans un triangle isocèle $T_i$ . . . . .	39
Figure 3.5 : Processus de lissage d'une portion de la courbe correspondant au sous-intervalle $[tt_4, tt_5]$ . . . . .	40
Figure 3.6 : Courbes de demande avant et après lissage. . . . .	41
Figure 3.7 : Disponibilité des types d'avions à la station Montréal un lundi. . . . .	49



## LISTE DES ALGORITHMES

3.1 : Disponibilité des avions . . . . .	48
4.1 : Réseau correspondant à la fusion de vols pour un marché et un jour de la semaine . . . . .	57

# CHAPITRE 1 : INTRODUCTION

## 1.1 Processus de planification en transport aérien

Le transport aérien est un processus très complexe qui fait intervenir des investissements extrêmement coûteux (les avions et les infrastructures de maintenance) et du personnel hautement qualifié (le personnel navigant, en particulier). En effet, les coûts d'opération d'une flotte d'avions et des équipages dépassent le milliard de dollars dans une grande compagnie. Des gains de productivité de quelques pourcent représentent donc des dizaines de millions de dollars.

Un problème que l'on rencontre en transport aérien consiste à planifier les vols, en construisant un programme de vols optimisé. Ce problème est de très grande taille et très complexe. On le décompose donc en plusieurs phases plus ou moins indépendantes et qui doivent être résolues séquentiellement (voir figure 1.1).

La première phase consiste à élaborer l'horaire de vols. Il s'agit d'établir une liste des vols devant être effectués pour une certaine période donnée, en fonction de prévisions de parts de marché et des horaires de vols déjà offerts par les concurrents dans le but de maximiser les revenus potentiels d'une compagnie.

La deuxième phase consiste à affecter des types d'avion aux vols. Il s'agit de déterminer quel type d'avion (Airbus 340, Boeing 747, par exemple) sera le plus adapté pour effectuer chacun de ces vols et permettre de maximiser la recette globale. Le problème d'affectation des types d'avion aux vols doit se faire de façon à s'assurer de pouvoir par la suite construire un ensemble d'itinéraires réalisables permettant de couvrir tous les vols en respectant le nombre d'avions de chaque type disponibles.

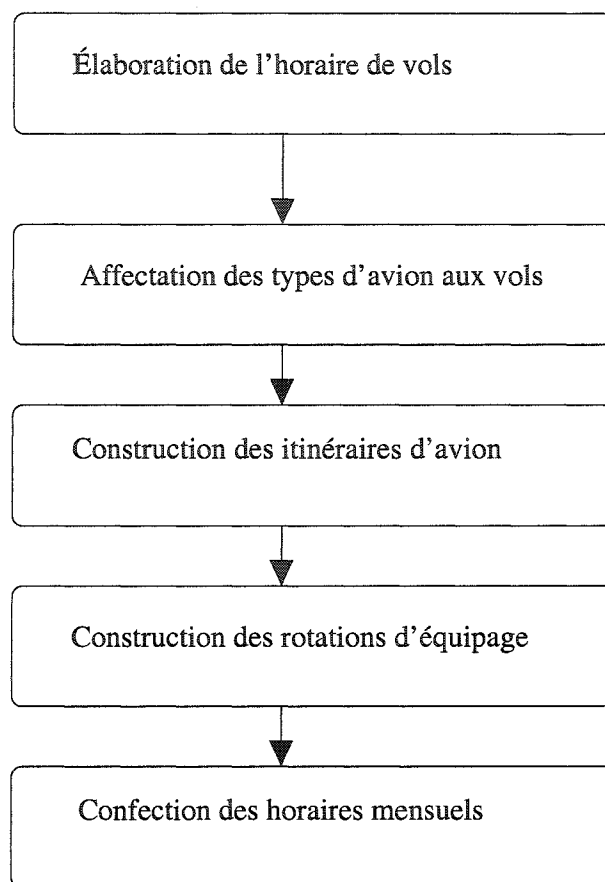


Figure 1.1 – Planification en transport aérien.

L'affectation choisie doit respecter des contraintes opérationnelles comme les restrictions par rapport au type d'avion sur un vol et les couvre-feux à certaines stations pour certains types d'avion.

La troisième phase consiste à construire des itinéraires d'avion. Il s'agit d'élaborer un itinéraire pour chaque avion de la flotte de façon à respecter l'affectation choisie à l'étape précédente et à satisfaire les contraintes concernant les opérations d'entretien périodique de chaque avion.

La quatrième phase consiste à construire des rotations d'équipage. Il s'agit de trouver

des suites d'activités (vols, connexions, repos...) accomplies par un équipage qui commencent et se terminent à la même base tout en minimisant les coûts de la compagnie aérienne. La construction des rotations d'équipage doit tenir compte des règles de la convention collective et de la sécurité aérienne comme la durée maximale et minimale d'une rotation, et des périodes de repos obligatoires.

La dernière phase de la planification consiste à élaborer des horaires mensuels pour le personnel. Il s'agit d'assigner à chaque membre d'équipage une suite de rotations, de journées de repos, de vacances, de périodes d'entraînement et d'examens médicaux afin de couvrir toutes les rotations d'équipage tout en respectant une multitude de règles issues du droit du travail, de conventions collectives et de normes de sécurité.

Nous venons de voir que le processus de planification en transport aérien est généralement divisé en cinq étapes traitées séquentiellement. Cependant, lorsqu'on traite les étapes de la planification de façon séquentielle, on peut obtenir une mauvaise qualité de la solution globale car on néglige les interrelations entre les différentes étapes du processus de planification. En effet, des décisions prises à une certaine étape intermédiaire peuvent compromettre la qualité de la solution globale. Par exemple, il a été montré que certaines affectations de bonne qualité du point de vue des coûts d'opération des avions peuvent être médiocres lorsqu'on considère les inconvénients qu'elles engendrent au niveau des équipages. Il peut donc être avantageux de résoudre les problèmes associés à deux étapes intermédiaires de planification simultanément. Par exemple, on peut tenter de résoudre le problème d'affectation des types d'avion en même temps que la construction des rotations d'équipage.

Une autre façon d'éviter d'obtenir une mauvaise qualité de la solution globale consiste à résoudre le problème associé à une étape intermédiaire de planification avec possibilités de retour en arrière. On peut ainsi améliorer la qualité de la solution à l'étape de l'affectation de types d'avion aux vols, en réoptimisant l'horaire de vols. On trouve

dans la littérature des articles portant sur ce genre de problème. Dans DESAULNIERS ET AL. (1997), on trouve des travaux liés à l'étape de l'affectation des types d'avions aux vols lorsqu'on permet de changer légèrement les heures de départ des vols. Le problème est modélisé en remplaçant l'heure de départ fixée par une heure de départ variable à l'intérieur d'une fenêtre de temps. La flexibilité sur les heures de départ peut faire augmenter le bénéfice d'une compagnie aérienne. En effet, elle permet de créer de meilleures opportunités de connexion entre les vols et cela peut réduire le nombre d'avions employés pour couvrir tous les vols.

Dans ce projet de recherche, nous tenterons de mettre en place des outils pour évaluer et réoptimiser un horaire de vols offert par une compagnie aérienne. Pour évaluer l'horaire de vols, on résout un problème d'affectation des types d'avion, ensuite nous analysons la solution obtenue dans le but d'identifier des vols non rentables. Afin d'améliorer cet horaire de vols, nous permettons l'annulation et la fusion de vols non rentables. Un nouvel horaire est construit et est évalué via la qualité de l'affectation obtenue à partir de ce nouvel horaire de vols. À notre connaissance, il n'existe pas dans la littérature de travaux visant à améliorer un horaire de vols en permettant l'annulation et le regroupement de vols non rentables.

## 1.2 Problématique et objectifs de recherche

La construction des horaires de vols est une étape difficile du problème de la planification des vols. Un horaire de vols contient une liste de segments de vol que la compagnie désire offrir pendant une période bien déterminée. Le choix des segments à offrir dépend de plusieurs facteurs, comme la demande en passagers, la concurrence avec les autres compagnies, la disponibilité des portes d'embarquement et des heures de décollage dans les différentes stations.

Bien souvent, l'horaire de vols pour une saison est construit à partir de l'horaire de vols de l'année précédente. On suppose donc que les facteurs qui influencent la construction des horaires de vols varient peu d'une année à une autre. Cependant, ces facteurs peuvent varier de façon significative entre les différentes années. Un horaire de vols construit à partir de l'horaire de vols de l'année précédente ne tient donc pas compte de toutes les particularités de l'année en cours. Cela peut donc engendrer une mauvaise estimation de la demande en passagers, menant à un maigre profit voire une perte pour une compagnie aérienne.

Dans ce travail, nous nous proposons d'évaluer un horaire de vols offert par une compagnie aérienne, dans le but de l'améliorer. Pour ce faire, nous développons un système interactif d'aide à la réoptimisation d'un horaire de vols (voir figure 1.2).

Ce système analyse l'horaire de vols à partir de la solution du problème d'affectation des types d'avion aux vols. Cette analyse permet d'identifier les segments de vol non rentables et proposer des alternatives permettant d'avoir une meilleure affectation. Ces alternatives sont basées sur l'annulation des vols non rentables et le regroupement de vols non rentables avec des vols voisins du même marché.

Un problème se pose lorsqu'on cherche à estimer les possibilités d'économies réalisées grâce à l'annulation et au regroupement des vols. En effet, l'annulation et le regroupement de vols ont un impact sur la demande en passagers donc sur le profit anticipé. Par exemple, une certaine proportion des passagers qui auraient choisi un segment de vol qui a été annulé ou fusionné avec un autre segment de vol, choisiront de voyager sur d'autres segments de vol offerts par le transporteur ou un compétiteur, ce qui augmentera la demande pour ces segments de vol. Afin d'estimer le nombre de passagers qu'on aura sur chaque vol d'un nouvel horaire, i.e., après l'annulation et la fusion des vols, nous devons tout d'abord élaborer les courbes de répartition du flot des passagers en fonction du temps pour chaque paire de stations origine et destination. Ensuite, nous étudierons l'attraction des vols d'un nouvel horaire. Cette étude

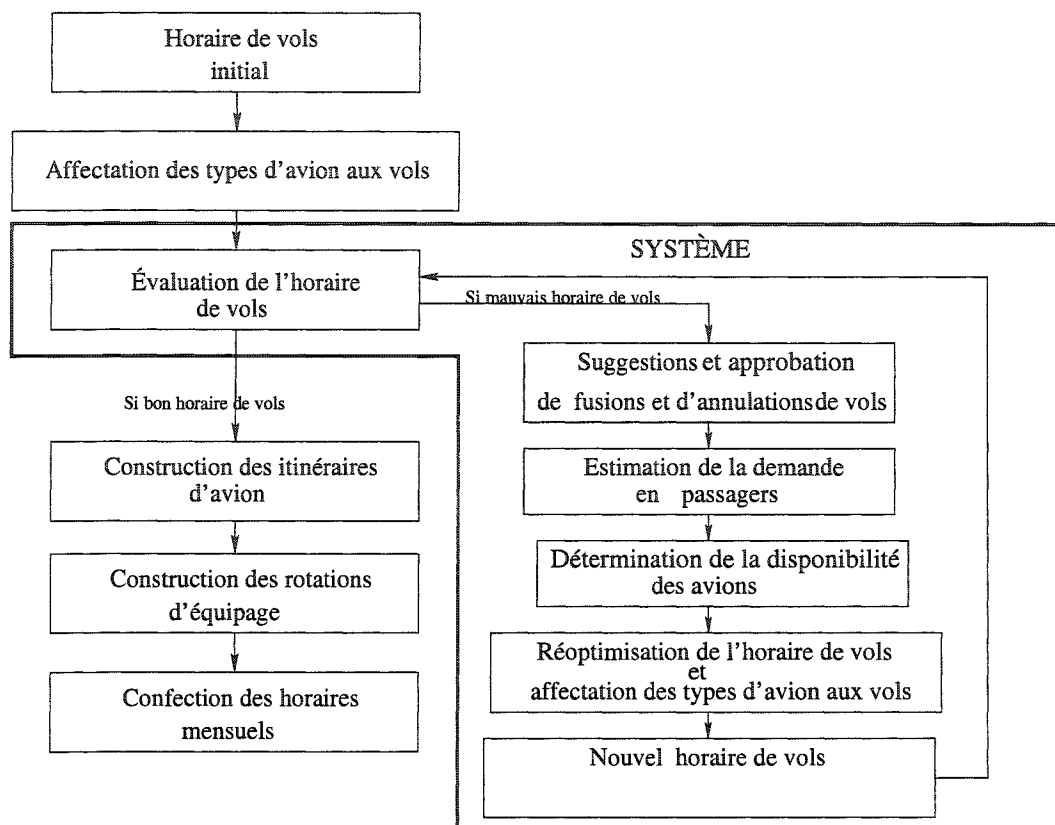


Figure 1.2 – Système interactif d'aide à la réoptimisation d'un horaire de vols.

nous permettra d'estimer le nombre de passagers sur chaque vol d'un nouvel horaire et, par la suite d'estimer le profit réalisé grâce à l'annulation et au regroupement des vols.

Un autre problème surgit lorsqu'on cherche à affecter des types d'avion à ces vols sur un nouvel horaire. Étant donné que l'annulation et la fusion de vols ont un effet global sur la demande en passagers des autres vols, il peut donc arriver que certains types d'avion ne soient plus adaptés pour effectuer chacun des vols d'un nouvel horaire. Par exemple, une augmentation de la demande sur un segment de vol peut faire en sorte qu'un type d'avion d'une certaine taille minimale qui était adapté pour effectuer ce vol avec l'horaire initial ne soit plus adapté pour effectuer ce vol avec le nouvel

horaire. Par conséquent, le système d'aide à la réoptimisation d'un horaire de vols doit déterminer la disponibilité des avions à chaque station donnée. Cela permet de savoir s'il existe des types d'avion appropriés pour effectuer les vols d'un nouvel horaire.

Afin d'étudier les possibilités d'économies réalisées avec un nouvel horaire, nous devons donc évaluer ce nouvel horaire à partir de l'analyse de la solution d'affectation des types d'avion. Pour ce faire, nous devons d'abord modifier le modèle de base d'affectation des types d'avion aux vols en rajoutant des variables et des contraintes relatives à l'annulation et au regroupement de vols. Ensuite, on résout le problème d'affectation avec possibilités d'annulation et de fusion de vols. La solution obtenue est comparée avec la solution d'affectation obtenue par l'horaire initial. Ensuite, nous pouvons évaluer ce nouvel horaire à partir de l'analyse de la solution d'affectation des types d'avion obtenue avec possibilités d'annulation et de fusion de vols.

### 1.3 Structure du mémoire

Suite à cette introduction, le contenu des prochains chapitres est le suivant. Le second chapitre présente les techniques employées pour évaluer un horaire de vols. Nous définissons le bénéfice pondéré permettant de déterminer les segments de vol non rentables. Ensuite, nous définissons des possibilités pour améliorer cet horaire de vols : il s'agit de l'annulation et du regroupement de vols. Le troisième chapitre présente un modèle de répartition du flot de passagers. Nous montrons comment estimer le nombre de passagers sur un nouvel horaire, i.e., après l'annulation et la fusion de vols. Au chapitre quatre, nous présentons un modèle de réoptimisation de l'horaire de vols. Il s'agit d'une extension du modèle de base d'affectation de types d'avion aux vols, auquel on ajoute des variables et des contraintes pour tenir compte



de l'annulation et de la fusion des vols. Nous décrivons la méthode employée pour résoudre le problème de réoptimisation de l'horaire de vols. Ensuite, nous présentons les résultats numériques. Nous mettons en évidence les économies réalisées grâce à la réoptimisation de l'horaire de vols en comparant la qualité de la solution de l'affectation des types d'avion aux vols avant et après la réoptimisation de l'horaire de vols. Enfin nous terminons par une conclusion qui aborde de futures voies de recherche.

## CHAPITRE 2 : ÉVALUATION ET AMÉLIORATION D'UN HORAIRE DE VOLS

Dans ce chapitre, nous présentons les idées et techniques utilisées pour évaluer et améliorer un horaire de vols offert par une compagnie aérienne. En premier lieu, nous voyons comment évaluer un horaire de vols à partir de l'analyse de la solution du problème d'affectation des types d'avion aux vols et ensuite, nous définissons des stratégies à appliquer permettant d'améliorer cet horaire de vols.

### 2.1 Introduction

Nous avons vu que le processus de planification en transport aérien est généralement décomposé en cinq sous-problèmes plus que moins indépendants, soit la confection de l'horaire de vols, l'affectation des types d'avion aux vols, la construction des rotations d'avions, l'élaboration des rotations d'équipage et la confection des horaires mensuels du personnel navigant. Ces cinq sous-problèmes sont résolus dans cet ordre et la solution d'un sous-problème fournit des données d'entrée pour le sous-problème suivant. Par conséquent, la qualité de la solution d'un sous-problème donné a donc une influence sur la qualité de la solution du sous-problème suivant (donc sur la qualité de la solution du problème global). Ainsi, la qualité d'un horaire de vols a une influence sur la qualité de l'affectation des types d'avion aux vols.

Pour évaluer un horaire de vols donné, nous pouvons donc analyser la solution du sous-problème d'affectation des types d'avion aux vols obtenue à partir de cet horaire de vols. En effet, la qualité d'une affectation obtenue à partir d'un horaire de vols proposé, nous donne une information sur la qualité de l'horaire de vols.

Avant de présenter les techniques utilisées pour analyser la solution du problème d'affectation, nous présentons brièvement le problème de base d'affectation des types d'avion aux vols. Le modèle de base d'affectation des types d'avion aux vols est présenté en détail au chapitre 4.

### 2.1.1 Affectation des types d'avion aux vols

Le problème de base d'affectation des types d'avion aux vols consiste à déterminer le type d'avion effectuant chacun des segments de vol d'un horaire cyclique défini sur un horizon d'un ou plusieurs jours, de façon à maximiser le total des profits anticipés. On suppose que l'on connaît le nombre d'avions disponibles de chaque type et, pour chaque segment de vol, la durée (incluant le temps de connexion) et le profit anticipé en fonction du type d'avion qui lui est affecté. Une solution réalisable au problème doit permettre par la suite de construire un ensemble d'itinéraires réalisables couvrant tous les vols en respectant le nombre d'avions disponibles de chaque type.

Un bon modèle d'affectation des types d'avion aux vols est présenté par HANE ET AL. (1995). Le problème est formulé comme un programme linéaire en nombres entiers construit à partir d'une modélisation de flot de type multi-commodité (une commodité par type d'avion) dans un réseau espace-temps. On y trouve des contraintes assurant que chaque vol soit couvert par un et un seul avion, des contraintes préservant la conservation de flot des avions dans le réseau et des contraintes limitant la disponibilité des avions pour chaque type. Le modèle est présenté en détail au chapitre 4.

## 2.2 Le bénéfice pondéré

Soit  $K$  l'ensemble des différents types d'avion,  $n^k$  le nombre d'avions disponibles du type  $k \in K$  et  $V$  l'ensemble de segments de vol qu'une compagnie aérienne désire offrir. La solution du problème d'affectation des types d'avion aux vols donne le type d'avion par lequel sera effectué chacun des segments de vol  $v \in V$ .

La qualité de la solution de l'affectation des types d'avion aux vols est déterminée par la valeur de la fonction objectif. Cette valeur correspond à la somme des profits anticipés des segments de vol. Afin d'analyser la qualité de l'affectation, nous cherchons à identifier les segments de vol non rentables. Pour ce faire, nous définissons le bénéfice pondéré.

Introduisons tout d'abord le vocabulaire et les notations nécessaires pour définir le bénéfice pondéré.

- $k_v$  : le type d'avion effectuant le segment de vol  $v$ .
- $dv_v^k$  : la durée (en minutes) du segment de vol  $v$  lorsqu'il est effectué par un avion de type  $k$ . Cette durée correspond au temps qui s'écoule entre le décollage de l'avion et son atterrissage.
- $dc_v^k$  : le temps (en minutes) de connexion minimum du vol à la station destination. C'est le temps minimum qui peut s'écouler entre l'atterrissage d'un avion à la station destination et son prochain décollage.
- $p_v^k$  : le nombre de passagers espérés dans le vol  $v$ , lorsqu'il est effectué par un avion de type  $k$ .
- $rp_v^k$  : le revenu espéré provenant du transport des passagers du vol  $v$ , lorsqu'il est effectué par un avion de type  $k$ .
- $rc_v^k$  : le revenu espéré provenant du transport du cargo du vol  $v$ , lorsqu'il est effectué par un avion de type  $k$ .

- $c_v^k$  : le coût associé au vol  $v$ , lorsqu'il est effectué par un avion de type  $k$ .
- $cf^k$  : le coût fixe associé à l'utilisation d'un avion de type  $k$  pendant la durée de l'horizon. Il reflète le coût de possession d'un avion de type  $k$  pendant la durée de l'horizon.

Le bénéfice pondéré correspond au profit anticipé engendré par passager et heure de vol auquel on soustrait le coût fixe associé à l'utilisation d'un avion de type  $k$  par passager et heure de vol. Il est défini par

$$\beta_v^k = \frac{\left(b_v^k - cf^k \left(\frac{d_v^k}{d^k}\right)\right)}{p_v^k \left(\frac{d_v^k}{60}\right)} \quad (2.1)$$

avec

$$b_v^k = rp_v^k + rc_v^k - c_v^k,$$

$$d_v^k = dv_v^k + dc_v^k, \quad \text{et} \quad \widehat{d^k} = \frac{1}{n^k} \sum_{v \in V} d_v^k.$$

La valeur de  $b_v^k$  correspond au profit anticipé d'un segment de vol. Il s'agit de la difference entre les revenus anticipés et les coûts d'opérations d'un segment de vol lorsqu'on utilise un type d'avion donné  $k$ , pour effectuer le vol  $v$ . Les revenus proviennent du transport des passagers et du cargo, et les coûts incluent l'essence, la maintenance et le salaire du personnel de bord.

La valeur de  $d_v^k$  correspond à la durée (en minutes) du segment de vol  $v$ , incluant le temps minimum de connexion.

La valeur de  $\widehat{d^k}$  correspond à la moyenne des durées des segments de vol  $v \in V$  (incluant les temps minimums de connexions) effectués par un avion de type  $k$ .

Le terme  $cf^k \left(\frac{d_v^k}{d^k}\right)$  correspond au coût associé à l'utilisation de l'avion de type  $k$  pendant la durée qui s'écoule entre le moment de départ du segment de vol  $v$  et le

moment où l'avion est prêt à repartir pour effectuer un autre vol. Il reflète le coût de possession de l'avion de type  $k$  pendant la durée  $d_v^k$ .

Le dénominateur  $p_v^k \left( \frac{d_v^k}{60} \right)$  représente le nombre de passagers multiplié par le nombre d'heures pour le vol  $v$ .

Le bénéfice pondéré  $\beta_v^k$  représente en quelque sorte le bénéfice qu'un passager sur le segment  $v$  rapporte à une compagnie aérienne par heure de vol lorsqu'un avion de type  $k$  a été utilisé pour effectuer le vol  $v$ .

Une fois que nous pouvons calculer le bénéfice pondéré  $\beta_v^k$ , nous pouvons donc procéder à une analyse de la solution du problème d'affectation des types d'avion aux vols. Cette analyse permet d'identifier les segments de vol non rentables. Nous considérons qu'un segment de vol est non rentable si  $\beta_v^k \leq 0$ , i.e., lorsque chaque passager sur le segment  $v$  requiert un déboursé de la compagnie pour son déplacement.

## 2.3 Analyse de l'affectation des types d'avion aux vols

La solution du problème d'affectation des types d'avion aux vols dépend de l'horaire de vols offert par une compagnie aérienne. Afin d'évaluer cet horaire de vols pour éventuellement l'améliorer, nous procédons à une analyse de la solution du problème d'affectation des types d'avion aux vols. Cette analyse se fait en deux étapes. D'abord, on fait une analyse globale, ensuite on procède à l'analyse par paires de villes. L'analyse globale permet d'identifier un ensemble de segments de vol non rentables et l'analyse par paires de villes permet de suggérer des alternatives à considérer afin d'obtenir une meilleure solution du problème d'affectation de type d'avion aux vols. Ces alternatives sont basées sur l'annulation et la fusion de vols non rentables.

### 2.3.1 Analyse globale

Nous présentons les résultats d'une analyse de la solution d'un problème d'affectation des types d'avion aux vols fournie par Air Canada. Cette solution correspond à la planification d'une semaine de la saison été 2002 et elle couvre un ensemble de 5172 segments de vol composé de vols intérieurs et internationaux, desservant 97 stations. Le nombre de types d'avion utilisés pour couvrir l'ensemble de ces segments de vol est 15 et pour un nombre total d'avions de 203, i-e,  $K = 15$ ,  $\sum_{k \in K} n^k = 203$  et  $V = 5172$ .

Le tableau 2.1 représente la distribution du bénéfice pondéré  $\beta_v^k$  sur l'ensemble des 5172 segments de vol. La première et la troisième colonne du tableau 2.1 représentent les classes de bénéfice pondéré. La deuxième et la quatrième colonne représentent le nombre de segments de vol par classes de bénéfice pondéré. Le tableau 2.1 révèle que les bénéfices pondérés sont largement groupés entre -25 et 40. La moyenne des bénéfices pondérés de l'ensemble des segments de vol est 3.56764. Ceci montre que dans l'ensemble, l'horaire de vol initial correspondant à la planification d'une semaine de la saison été 2002, permet à Air Canada d'obtenir des gains. Cependant, on peut remarquer que 34.05 % des segments de vol offert par Air Canada sont non rentables.

Afin d'identifier les segments de vol les moins rentables, nous présentons dans le tableau 2.2 quelques cas extrêmes de vols non rentables. Une ligne du tableau 2.2 contient les caractéristiques d'un segment de vol, soit la ville origine, la ville destination, le type d'avion affecté au segment de vol, le jour et l'heure de départ (locale) du segment de vol, le nombre de passagers dans le segment de vol et le bénéfice pondéré associé au segment de vol.

Nous pouvons remarquer que la majorité des cas extrêmes inférieurs du bénéfice pondéré correspond aux vols internationaux. En particulier, nous remarquons que la

Tableau 2.1 – Distribution du bénéfice pondéré  $\beta_v$  de tous les vols.

Classes de bénéfice pondéré $\beta_v$		Nbre de vols	Classes de bénéfice pondéré $\beta_v$		Nbre de vols
-1175	-105	22	0	5	663
-105	-90	21	10	15	617
-90	-70	24	15	20	511
-70	-55	28	20	25	432
-55	-50	31	25	30	257
-50	-45	20	30	35	137
-45	-40	50	35	40	102
-40	-35	50	40	45	48
-35	-30	81	45	50	21
-30	-25	86	50	70	30
-25	-20	139			
-20	-15	206			
-15	-10	278			
-10	-5	309			
-5	0	416			
Moyenne du bénéfice pondéré : 3.56764					



Tableau 2.2 – Quelques cas extrêmes inférieurs du bénéfice pondéré  $\beta_v$  de l'ensemble des vols

No	Station origine	Station destination	Type d'avion	Jour	Heure	Nbre de passagers	Bénéfice pondéré
1	Montréal	Cancun	320	6	7:30	3	-1167
2	Floride	Toronto	32C	6	13:45	8	-453.792
3	Floride	Toronto	32C	7	13:45	9	-400.079
4	Charleston	Toronto	CRJ	6	14:40	11	-136.251
5	New York	Ottawa	319	1	18:55	20	-127.973
6	Charleston	Toronto	CRJ	7	14:40	12	-120.842
7	Montréal	Boston	CRJ	6	6:25	11	-120.670
8	Charleston	Toronto	CRJ	3	14:40	12	-120.568
9	New York	Ottawa	319	3	18:55	21	-117.762
10	New York	Ottawa	319	2	18:55	21	-117.672
11	Ottawa	New York	319	2	17:00	24	-116.6
12	New york	Ottawa	319	4	18:55	22	-109.016
13	New york	Ottawa	319	5	18:55	22	-108.694
14	Ottawa	New York	319	1	17:00	25	-108.543
15	Ottawa	New York	319	3	17:00	25	-108.005
16	Ottawa	New York	319	4	17:00	25	-107.964
17	Ottawa	New York	319	5	17:00	25	-107.798
18	Charleston	Toronto	CRJ	4	14:40	13	-107.072
19	Charleston	Toronto	CRJ	1	14:40	13	-107.072
20	Charleston	Toronto	CRJ	5	14:40	13	-107.072
21	Charleston	Toronto	CRJ	2	14:40	13	-106.998
22	Kahului	Vancouver	767	5	23:00	31	-106.193
23	Toronto	Charleston	CRJ	4	12:00	13	-103.019
24	Toronto	Charleston	CRJ	1	12:00	13	-103.019
25	Toronto	Charleston	CRJ	5	12:00	13	-102.991
26	Toronto	Charleston	CRJ	2	12:00	13	-102.991
27	Toronto	Charleston	CRJ	6	12:00	13	-102.963
28	Toronto	Charleston	CRJ	3	12:00	13	-102.963
29	Toronto	Charleston	CRJ	7	12:00	13	-101.872
30	Washington	Toronto	319	1	19:00	29	-97.5065
31	Saint-Jean	Halifax	76C	3	14:40	48	-96.8802
32	Saint-Jean	Halifax	76C	5	14:40	48	-96.8582

valeur minimale du bénéfice pondéré est -1167. Elle correspond au bénéfice pondéré d'un vol reliant les villes de Montréal et de Cancun. Nous constatons qu'il existe un grand nombre de segments de vol non rentables reliant les villes de Toronto et Charleston et de Charleston et Toronto.

Nous pouvons constater que parmi les vols intérieurs, le segment de vol reliant les villes de Saint-Jean et d'Halifax est le moins rentable. Le bénéfice pondéré associé à ce segment de vol correspond à -96.8802.

Afin de faire une analyse plus fine de la solution d'affectation des types d'avion aux vols, nous pouvons analyser les sous-ensembles constitués de vols internationaux et intérieurs. Pour ce faire, nous avons scindé l'ensemble des segments de vol offert par Air Canada en trois sous-ensembles, soit un ensemble des vols du Canada vers l'étranger, de l'étranger vers le Canada et des vols intérieurs.

Le tableau 2.3 représente la distribution du bénéfice pondéré des sous-ensembles de vols du Canada vers l'étranger et de l'étranger vers le Canada. Le tableau 2.3 révèle que les bénéfices pondérés des vols du Canada vers l'étranger et de l'étranger vers le Canada sont largement groupés entre -15 et 35. La moyenne des bénéfices pondérés de l'ensemble de segments de vol du Canada vers l'étranger est 4.62012 et la moyenne des bénéfices pondérés de l'ensemble de segments de vol de l'étranger vers le Canada est 6.21133. Nous pouvons remarquer que les vols "retour au pays" sont plus rentables que les vols qui quittent le pays.

Le tableau 2.4 représente la distribution du bénéfice pondéré de l'ensemble de vols intérieurs. Cet ensemble est composé de 2317 segments de vol. Le tableau 2.4 révèle que les bénéfices pondérés des vols sont largement concentrés entre -25 et 30. La moyenne des bénéfices pondérés est 1.63483. Ceci montre que dans l'ensemble, l'horaire de vols intérieurs du Canada, permet à la compagnie aérienne d'obtenir des

Tableau 2.3 – Ensembles de Canada-Étranger et Étranger-Canada.

Canada-Étranger			Étranger-Canada		
Classes de bénéfice pondéré $\beta_v$		Nbre de vols	Classes de bénéfice pondéré $\beta_v$		Nbre de vols
-1175	-70	19	-465	-90	22
-70	-40	29	-90	-45	21
-40	-30	45	-45	-35	24
-30	-25	23	-35	-30	23
-25	-20	25	-30	-20	25
-20	-15	34	-20	-15	33
-15	-10	48	-15	-10	62
-5	0	109	-10	-5	78
0	5	170	-5	0	82
5	10	176	0	5	159
10	15	212	5	10	204
15	20	147	10	15	160
20	25	106	15	20	153
25	30	68	20	25	139
30	35	52	25	30	81
35	45	36	30	35	40
45	70	23	35	40	42
			40	45	34
			45	70	27
Moyenne du bénéfice pondéré : 4.62012			Moyenne du bénéfice pondéré : 6.21133		

Tableau 2.4 – Distribution du bénéfice pondéré  $\beta_v$  des vols intérieurs.

Classes de bénéfice pondéré $\beta_v$		Nbre de vols	Classes de bénéfice pondéré $\beta_v$		Nbre de vols
-105	-65	26	0	5	253
-65	-50	30	5	10	268
-50	-40	29	10	15	242
-40	-35	21	15	20	211
-35	-30	25	20	25	187
-30	-25	47	25	30	108
-25	-20	99	30	35	45
-20	-15	139	35	50	49
-15	-10	168			
-10	-5	146			
-5	0	224			
Moyenne du bénéfice pondéré :1.63483					

gains. Cependant, on peut remarquer que 41.17 % des 2317 segments de vol sont non rentables.

Afin d'identifier les segments de vol les moins rentables parmi les vols intérieurs, nous présentons dans le tableau 2.5 dix cas extrêmes de vols intérieurs non rentables. Une ligne du tableau 2.5, donne les mêmes caractéristiques que celles du tableau 2.2. Nous pouvons remarquer qu'il existe un grand nombre de segments de vol non rentables reliant les villes de Saint-Jean et d'Halifax.

Tableau 2.5 – Dix cas extrêmes inférieurs du bénéfice pondéré  $\beta_v$  de l'ensemble de vols intérieurs du Canada

No	Station Origine	Station Destination	Type d'avion	Jour	Heure	Nbre de passagers	Bénéfice pondéré
1	Saint-Jean	Halifax	76C	3	14:40	48	-96.8802
2	Saint-Jean	Halifax	76C	5	14:40	48	-96.8582
3	Winnipeg	Thunder	CRJ	7	21:50	14	-96.7544
4	Ottawa	Toronto	320	6	9:00	29	-94.4205
5	Saint-Jean	Halifax	76C	7	14:40	50	-92.3486
6	Saint-Jean	Halifax	76C	1	14:40	50	-92.2497
7	Ottawa	Toronto	321	7	7:00	41	-91.641
8	Toronto	Montréal	320	7	7:00	25	-84.6365
9	Calgary	Edmonton	73Q	7	20:30	23	-83.1837
10	Thunder	Winnipeg	CRJ	7	17:05	12	-81.2522

Une fois que nous pouvons identifier des segments de vol non rentables, nous procédons à une analyse par paire de villes. Cette analyse permet de proposer l'annulation de certains segments de vol non rentables ou le regroupement d'un vol non rentable avec un vol précédent ou suivant reliant une même paire origine-destination en un seul vol dont le moment du départ est situé entre ces deux vols initiaux.

### 2.3.2 Analyse par paires de villes

Pour chaque segment de vol non rentable, nous cherchons à analyser l'ensemble de segments de vol du même marché. Nous pouvons par exemple analyser les marchés Montréal-Cancun, Charleston-Toronto et Saint-Jean-Halifax.

#### Analyse du marché Montréal-Cancun

L'analyse du marché Montréal-Cancun révèle que sur l'horizon d'une semaine de la saison été 2002, Air Canada offre un seul vol reliant les villes de Montréal et de Cancun avec un bénéfice pondéré de -1167. Le segment de vol reliant les villes de Montréal et de Cancun est couvert par un Airbus 320 (un type d'avion d'une capacité maximale en sièges de cent quarante places) et le nombre de passagers dans ce segment de vol correspond à 3. Par conséquent, la non rentabilité du marché Montréal-Cancun peut s'expliquer par le fait que l'avion est mal rempli. En effet, le taux de remplissage de l'avion est environ 2.38%.

Afin de maximiser les revenus potentiels de la compagnie Air Canada, on peut donc proposer d'annuler ce segment de vol non rentable. Cependant, il peut arriver que le vol "retour", i.e, le vol reliant les villes de Cancun et de Montréal, soit rentable et faire en sorte que "la boucle de vols Montréal-Cancun-Montréal" soit rentable. Pour vérifier, nous analysons le marché Cancun-Montréal. L'analyse du marché Cancun-Montréal révèle que le bénéfice pondéré du vol retour est de 44.12 et le vol "retour" est couvert par un Airbus 320 avec un nombre de passagers correspondant à 126. Par conséquent, la boucle de vol est rentable. En effet, la somme des produits du nombre de passagers et des bénéfices pondérés des segments de vol Montréal-Cancun et Cancun-Montréal est positive ( $44.12 \times 126 - 1167 \times 3 \simeq 2048.12$ ). Par conséquent, l'annulation du vol Montréal-Cancun peut ne pas être envisagée.

### Analyse du marché Charleston-Toronto

L'analyse du marché Charleston-Toronto montre que Air Canada offre un seul vol par jour de la semaine entre les villes de Charleston et de Toronto et tous ces vols sont non rentables. L'analyse des vols "aller", i.e, du marché Toronto-Charleston, révèle que les segments de vol reliant les villes de Toronto et Charleston sont non rentables. Nous présentons au tableau 2.6 les caractéristiques des segments de vol des marchés Charleston-Toronto et Toronto-Charleston. Nous pouvons remarquer que les segments de vol reliant les villes de Toronto et de Charleston et les villes de Charleston et de Toronto sont tous couverts par des CRJ (un type d'avion d'une capacité maximale en sièges de cinquante places) et le nombre moyen de passagers dans chaque segment de vol correspond à 13. Par conséquent, la non rentabilité de ces marchés peut s'expliquer par le fait que les avions sont mal remplis. En effet, le taux de remplissage de ces avions est environ 26%.

Tableau 2.6 – Ensemble de vols des marchés Toronto-Charleston et Charleston-Toronto.

Marché Toronto-Charleston					Marché Charleston-Toronto				
Jour	Heure	Type	Nbre	Bénéfice pondéré	Jour	Heure	Type	Nbre	Bénéfice pondéré
1	12:00	CRJ	13	-103.019	1	14:40	CRJ	13	-107.072
2	12:00	CRJ	13	-102.991	2	14:40	CRJ	13	-106.988
3	12:00	CRJ	13	-102.963	3	14:40	CRJ	13	-120.568
4	12:00	CRJ	13	-103.019	4	14:40	CRJ	13	-107.072
5	12:00	CRJ	13	-102.991	5	14:40	CRJ	13	-107.072
6	12:00	CRJ	13	-102.963	6	14:40	CRJ	13	-136.251
7	12:00	CRJ	13	-101.872	7	14:40	CRJ	13	-120.842

Afin de rentabiliser les marchés Charleston-Toronto et Toronto-Charleston, nous pouvons annuler ou regrouper certains segments de vol. En effet, au lieu d'avoir un vol

Charleston-Toronto et Toronto-Charleston chaque jour de la semaine, on peut par exemple permettre un seul vol Charleston-Toronto et Toronto-Charleston tous les deux jours de la semaine. Ainsi, on peut rentabiliser les marchés Charleston-Toronto et Toronto-Charleston.

### Analyse du marché Saint-Jean-Halifax

L'analyse du marché Saint-Jean-Halifax révèle que ce marché est non rentable. Nous présentons dans le tableau 2.7 les distributions du bénéfice pondéré de l'ensemble des segments de vol reliant les villes de Saint-Jean et d'Halifax pour une semaine de la saison été 2002. La moyenne des bénéfices pondérés de l'ensemble des segments de vol est -13.8453. La valeur minimale du bénéfice pondéré est -92.8802. Elle représente le bénéfice pondéré d'un vol dont le jour de départ est un mercredi.

Tableau 2.7 – Distribution du bénéfice pondéré  $\beta_v$  du marché Saint-Jean-Halifax sur une semaine.

Classes de bénéfice pondéré $\beta_v$		Nbre de vols
-100	0	20
0	30	11
Moyenne du bénéfice pondéré : -13.8453		

Nous présentons au tableau 2.8 un ensemble de vols Saint-Jean -Halifax et de vols “retour” partant la journée du mercredi. Nous pouvons remarquer que pour le marché Saint-Jean-Halifax, les vols de 8:15, 14:40 et 17:15 sont non rentables.

Afin de rentabiliser le marché Saint-Jean-Halifax, nous pouvons annuler un vol non



Tableau 2.8 – Ensemble de vols des marchés Saint-Jean-Halifax et Halifax-Saint-Jean pour mercredi.

Marché Saint-Jean-Halifax					Marché Halifax-Saint-Jean				
Jour	Heure	Type	Nbre pass	Bénéfice pondéré	Jour	Heure	Type	Nbre pass	Bénéfice pondéré
3	5:50	319	74	11.507	3	11:30	319	70	22.8723
3	8:15	319	41	-21.1704	3	14:30	319	58	15.8885
3	14:20	319	87	18.9246	3	16:50	319	88	30.2718
3	14:40	76C	48	-96.8802	3	20:05	319	60	12.9939
3	17:15	319	54	-6.24052	3	21:15	76C	69	-53.8609

rentable ou fusionner un vol non rentable avec un autre vol du même marché.

Étant donné que pour une origine-destination, les passagers désirent voyager en fonction du moment de départ et non pas en fonction des segments de vol qui sont offerts, l'annulation et la fusion de vols ont donc un effet sur la demande en passagers.

En annulant le vol non rentable de 14:40, on se retrouve avec un nouvel horaire où ces vols ont lieu à 5:50, 8:15, 14:20 et 17:15. Les passagers désireux de partir à 14:40 pourraient décider de voyager avec le vol de 14:20 ou de 17:15, ou encore avec un autre transporteur. L'annulation du vol de 14:40 aura donc un impact sur la demande en passagers pour les vols de 14:20 et de 17:15. En effet, la demande en passagers de ces vols peut augmenter.

En fusionnant le vol non rentable de 14:40 avec le vol de 17:15, on peut se retrouver avec un nouvel horaire où ces vols ont lieu à 5:50, 8:15, 14:20 et 15:40. Certains passagers qui auront voulu prendre le vol de 14:40 pourraient décider de voyager avec le vol de 14:20 ou avec le vol de 15:40 et ceux qui avaient voulu prendre le vol de 17:15, pourraient décider de voyager avec le vol de 15:40 ou encore certains

passagers qui avaient voulu prendre les vols de 14:40 et 17:15, se tourneront vers un autre transporteur. Le regroupement de ces vols à 15:40 aura donc un impact sur la demande pour le vol de 14:20. En effet, le regroupement peut faire augmenter la demande pour le vol partant à 14:20.

Nous pouvons également étudier l'impact du regroupement des vols de 14:20 et 14:40 à 14:30, sur la demande en passagers des vols avoisinants, et ainsi de suite.

Afin d'avoir une estimation du nombre de passagers sur un nouvel horaire, i.e, chaque fois que l'annulation et/ou le regroupement de vols sont appliqués, nous présentons au chapitre suivant un modèle de répartition de la demande en passagers.

## CHAPITRE 3 : RÉPARTITION DE LA DEMANDE DE PASSAGERS SUR UN NOUVEL HORAIRE

Nous avons vu que la modification de l'horaire de vols en permettant l'annulation et le regroupement de vols a un impact sur le nombre de passagers des segments de vol du nouvel horaire, donc sur le profit anticipé d'une compagnie aérienne. Afin d'étudier l'impact de la modification de l'horaire de vols d'un marché donné, nous devons estimer la proportion de passagers désirant voyager sur chaque segment de vol du nouvel horaire, i.e, après l'annulation de vols et/ou la fusion de vols.

Dans ce chapitre, nous présentons les idées et techniques utilisées pour estimer le nombre de passagers sur chaque segment de vol du nouvel horaire, à partir du nombre de passagers voyageant sur chaque segment de vol d'un ancien horaire. Pour ce faire, nous élaborons un modèle de répartition de passagers et un modèle mesurant l'attraction d'un segment de vol particulier pour un passager désirant voyager d'une origine à une destination. À partir de ces modèles, nous pouvons obtenir une estimation de la demande en passagers pour chacun des segments de vol du nouvel horaire. Ainsi, nous pouvons calculer le nombre de passagers sur chaque segment de vol du nouvel horaire en fonction de la capacité du type d'avion effectuant le vol.

### 3.1 Estimation du nombre de passagers pour chaque segment de vol d'un marché

L'estimation du nombre de passagers pour chaque segment de vol d'un marché donné se fait en plusieurs étapes. La première étape consiste à estimer la demande en pas-

sagers voulant voyager d'une paire de villes origine-destination et utilisant l'ensemble des modes de transport soit le transport aérien, ferroviaire et par autobus. Ensuite, on divise cette demande selon ces modes de transport. Ainsi, on obtient une estimation de la demande en passagers pour le transport aérien indépendamment des heures de départ des vols. L'estimation de la demande en passagers à chacune des étapes précédentes se fait à partir d'une étude de données statistiques de la structure socio-économique de chaque marché, par exemple des données historiques provenant de systèmes de réservation de billets.

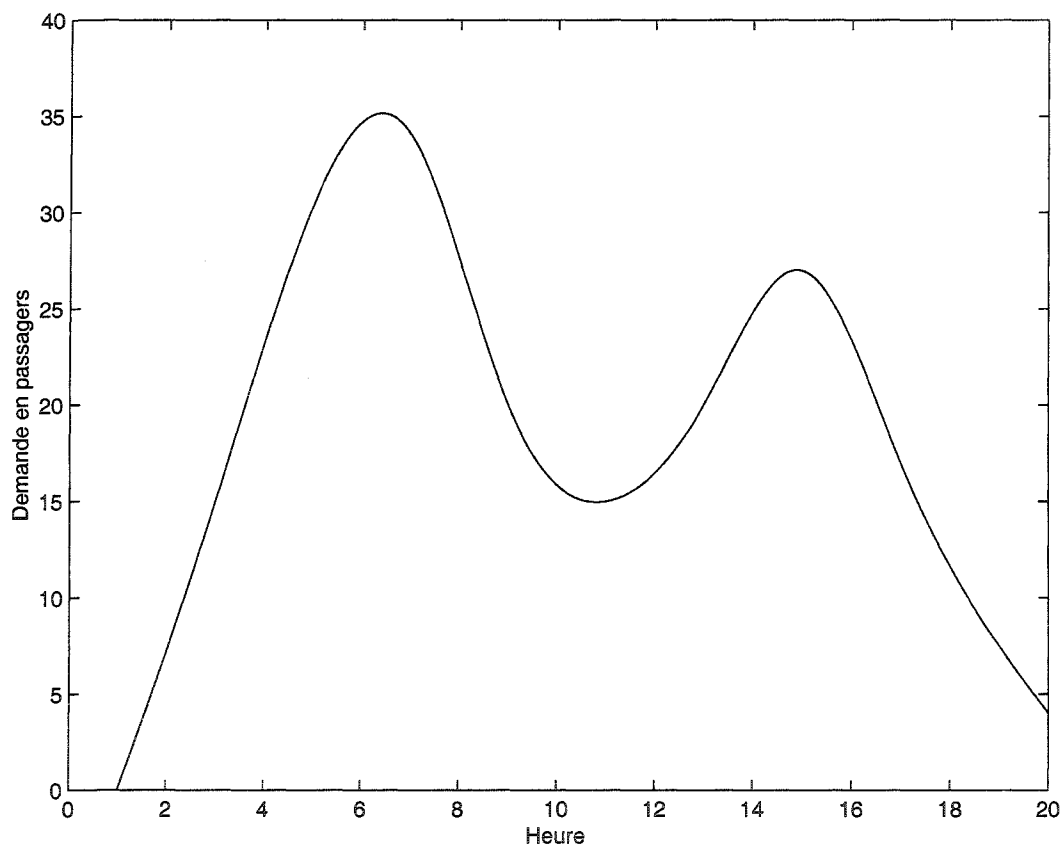


Figure 3.1 – Demande en passagers en fonction du temps pour une paire de stations origine-destination.

Le résultat de l'estimation de la demande en passagers pour chaque marché se traduit

sous forme de courbes de demande en passagers. La figure 3.1 présente un exemple d’une courbe “répartition de demande en passagers sur une journée” d’un marché donné en fonction du temps. Finalement, à partir des courbes de demande en passagers, nous pouvons estimer la demande de passagers désirant voyager sur chaque vol d’un horaire de vols donné. Pour ce faire, nous étudions l’attraction de chaque segment de vol de l’horaire proposé pour un passager.

L’attraction d’un vol particulier pour un passager peut être influencée par plusieurs facteurs. Les principaux facteurs influençant le choix d’un passager sont l’heure de départ ou d’arrivée souhaitée, le type d’avion, le prix du billet, le confort et la qualité du service. Plusieurs modèles d’attraction utilisant un sous-ensemble de ces facteurs ont été proposés. Ces modèles se distinguent de plus par la façon de modéliser chaque facteur et de les combiner pour définir l’attraction d’un vol. Les facteurs heure de départ d’un vol et durée du voyage sont parmi les principaux facteurs d’attraction.

Dans ce qui suit, nous présentons quelques modèles d’attraction utilisant uniquement le facteur heure de départ ou durée du voyage qu’on trouve dans la littérature.

### 3.1.1 Revue de littérature

GAGNON (1967) définit pour chaque vol d’un marché donné, un intervalle de temps où ce vol est le plus attrayant parmi l’ensemble des vols du même marché. Soient  $v_i$ ,  $i \in \{1, 2\}$  deux vols du même marché avec  $d_i$  et  $a_i$  leurs heures respectives de départ et d’arrivée telles que  $d_1 < d_2$ . Il considère que l’attraction du vol  $v_1$  se termine (ou l’attraction du vol  $v_2$  commence) au temps :

$$d_1 + \frac{a^2}{(a + d)}$$

où les coefficients  $d = (d_2 - d_1)$  et  $a = (a_2 - a_1)$  représentent respectivement les intervalles de temps entre deux départs adjacents et deux arrivées adjacents. Sous

une forme plus générale, Gagnon propose

$$d_1 + \frac{a^\alpha d^\beta}{(a + d)}$$

où les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  sont prédéterminés et  $\alpha + \beta = 2$ .

DETZEL (1971) propose un modèle probabiliste pour définir l'attraction d'un vol pour un passager faisant un choix pour un vol. Il considère qu'un passager a seulement deux choix de vols : le vol dont l'heure de départ  $t_1$  se trouve juste avant l'heure de départ désirée par le passager et le vol dont l'heure de départ  $t_2$  se trouve juste après. Il définit alors l'attraction du vol dont l'heure de départ se trouve juste avant l'heure de départ désirée  $t$  comme étant :

$$p_1 = \frac{(t_2 - t)}{(t_2 - t_1)}.$$

Il définit ensuite l'attraction du vol dont l'heure de départ se trouve juste après l'heure de départ désirée  $t$  comme étant :

$$p_2 = (1 - p_1) = \frac{(t - t_1)}{(t_2 - t_1)}.$$

SOUMIS (1978) définit une mesure d'inattraction d'un vol  $v_k$  (partant au temps  $t_{v_k}$ ) pour un passager en fonction de l'heure de départ désirée  $t$  par le passager. Cette inattraction  $I_{v_k}(t)$  est exprimée à l'aide de la formule suivante :

$$I_{v_k}(t) = K_1 T_1 + K_2 T_2 + K_3 T_3$$

où

$$T_1 = \begin{cases} (t_{v_k} - t) & \text{si } t_{v_k} > t \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$T_2 = \begin{cases} (t - t_{v_k}) & \text{si } t > t_{v_k} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$T_3$  : temps ajouté au voyage par rapport à un vol direct.

$K_1$ ,  $K_2$  et  $K_3$  sont des paramètres du marché.

Ensuite, pour un marché donné, l'auteur regroupe les passagers par intervalle de temps. Un groupe de passagers correspond à un ensemble de passagers voulant partir dans un même intervalle de temps. Les groupes sont construits de sorte que pour un marché, il y ait le même nombre de groupes que le nombre de vols desservant ce marché. En effet, chaque groupe  $g_{v_k}$  correspondant à un vol spécifique  $v_k$  est choisi de sorte que l'inattraction du vol  $v_k$  soit minimale sur l'ensemble des vols  $v_i$ ,  $i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$  offerts par une compagnie aérienne pour un marché. Ensuite, Soumis considère que les passagers de chaque groupe peuvent seulement voyager avec un des trois vols suivants : le vol correspondant au groupe même, le vol précédent et le vol suivant dans le temps. Enfin, il définit le coefficient d'inattraction  $C_{v_k}$  du vol  $v_k$  (un vol parmi les trois vols du marché) pour les passagers d'un groupe, en prenant la moyenne des inattractions pondérées par le nombre de passagers voulant partir à chaque demi-heure.

### 3.2 Estimation de la demande en passagers sur le nouvel horaire

Nous avons vu qu'à partir de courbes de demande en passagers en fonction du temps et d'un modèle d'attraction de vol, nous pouvons estimer la demande de passagers sur chaque segment de vol de l'horaire de vols donné. Par conséquent, nous pouvons utiliser une telle méthodologie pour estimer la demande de passagers sur chaque segment de vol d'un nouvel horaire. Ainsi nous pouvons calculer le nombre de passagers sur

chaque segment de vol du nouvel horaire en fonction de la capacité du type d'avion effectuant le vol.

Cependant, étant donné qu'au moment de la réalisation de ce projet, les courbes de demande en passagers en fonction du temps pour chaque marché n'étaient pas disponibles, nous avons utilisé la démarche suivante afin d'estimer le nombre de passagers qu'on aura sur chaque segment de vol du nouvel horaire en fonction de la capacité d'un avion effectuant le vol. En premier lieu, à partir du nombre de passagers voyageant sur chaque segment de vol d'un horaire initial, nous avons élaboré un modèle de répartition de la demande en passagers pour chaque marché. Ensuite, afin de calculer une estimation du nombre de passagers sur chaque segment de vol du nouvel horaire, nous avons étudié l'attraction de chaque vol du nouvel horaire.

### 3.2.1 Modèle de répartition de la demande en passagers

À partir du nombre de passagers sur chaque vol de l'horaire initial pour un marché donné, nous cherchons à obtenir un modèle de répartition de la demande en passagers. Pour ce faire, certaines hypothèses doivent être faites dans le but d'avoir un modèle simple.

En premier, nous supposons que la demande en passagers pour un vol suit une distribution normale  $X = \mathcal{N}(m, \sigma)$ ,  $m$  correspondant à la demande moyenne de passagers pour le vol  $v$  et  $\sigma = 0.3m$  (selon une étude réalisée dans SOUMIS (1978)). Ainsi le nombre de passagers  $p_v$  obtenu pour chaque vol  $v$  de l'horaire initial correspond à l'espérance mathématique  $E(\min(X, c))$  où  $c$  correspond à la capacité en sièges du type d'avion effectuant le vol  $v$ . En effet, le nombre de passagers  $p_v$  sur le vol  $v$  correspond à :

$$p_v = \int_{-\infty}^c f(x)x dx + c \int_c^{+\infty} f(x) dx \quad (3.1)$$



où  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-1/2(\frac{x-m}{\sigma})^2}$  correspond à la fonction densité de la loi  $\mathcal{N}(m, \sigma)$ . On a alors

$$p_v = -\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}e^{-1/2(\frac{c-m}{\sigma})^2} + c + (m - c) \int_{-\infty}^{(\frac{c-m}{\sigma})} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-1/2x^2} dx. \quad (3.2)$$

Par conséquent, étant donné le nombre de passagers  $p_v$  sur le vol  $v$  de l'horaire initial et la capacité  $c$  du type d'avion effectuant le vol  $v$ , nous pouvons donc déduire la demande moyenne en passagers  $m_v$  voulant voyager sur le vol  $v$ . En effet,  $m_v$  correspond au zéro de la fonction  $M(m)$  où :

$$M(m) = -\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}e^{-1/2(\frac{c-m}{\sigma})^2} + c + (m - c) \int_{-\infty}^{(\frac{c-m}{\sigma})} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-1/2x^2} dx - p_v. \quad (3.3)$$

Il est à noter que, dans notre cas les valeurs des  $p_v$  et  $c$  sont connues. On cherche plutôt la valeur  $m_v$ . Une fois que nous pouvons calculer la demande de passagers  $m_v$ , pour chaque vol  $v$  de l'horaire initial à partir de l'équation (3.3), nous pouvons déterminer la courbe de répartition de la demande en passagers en fonction du temps. Pour ce faire, nous supposons que  $m_v$  correspond à la valeur de l'intégrale suivante :

$$m_v = \int_a^b \tau_v(t) D(t) dt \quad (3.4)$$

où les bornes d'intégration  $a$  et  $b$  sont à préciser,  $D(t)$  représente la fonction répartition de la demande en passagers et  $\tau_v(t)$  la fonction attraction du vol  $v$ .

Nous supposons ensuite que la fonction attraction  $\tau_v(t)$  est linéaire par morceau. La définition suivante donne la forme générale de la fonction attraction pour un ensemble de vols reliant une même paire de villes origine et destination.

**Définition 3.1** Soient  $v_i, i \in \{1, 2, \dots, n\}$  un ensemble de vols d'un marché, offert par une compagnie aérienne sur une journée et  $t_i, i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , les heures de départ de ces vols. Pour tout  $i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$ , l'attraction du vol  $v_i$  est définie par :

$$\tau_{v_i}(t) = \begin{cases} \frac{(t-t_{i-1})}{(t_i-t_{i-1})} & \text{si } t_{i-1} \leq t \leq t_i \\ \frac{(t_{i+1}-t)}{(t_{i+1}-t_i)} & \text{si } t_i \leq t \leq t_{i+1} \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$

avec  $t_0 = t_1 - \alpha$ ,  $t_{n+1} = t_n + \alpha$  et  $\alpha$  est un paramètre global du marché.

L'attraction d'un vol partant au moment  $t_i$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , est une fonction linéaire par morceau qui vaut 1 pour  $t = t_i$ , qui décroît linéairement quand la distance en temps du vol  $|t - t_i|$  augmente et vaut 0 pour tout  $t$  tel que  $t < t_{i-1}$  et  $t_{i+1} < t$ . La figure 3.2 donne un exemple de la fonction attraction pour un vol particulier  $v_8$ .

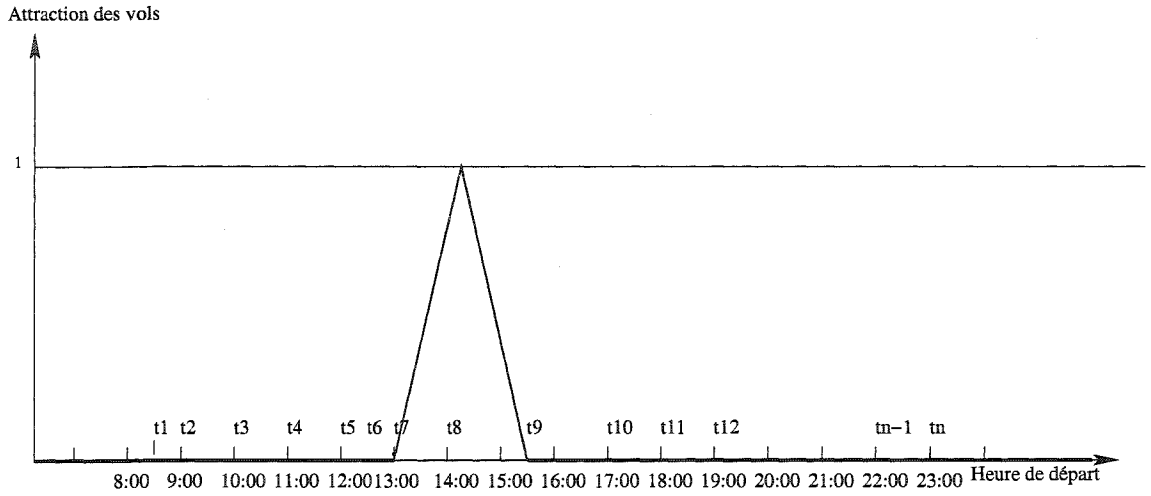


Figure 3.2 – Attraction d'un vol particulier  $v_8$

En utilisant les hypothèses présentées ci-dessus, la demande moyenne en passagers  $m_{v_i}$  de chaque vol  $v_i$  de l'horaire initial est donc donnée par les équations suivantes.

$$m_{v_i} = \int_{t_{i-1}}^{t_{i+1}} \tau_{v_i}(t) D(t) dt, \quad i \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (3.5)$$

Il est à noter que, dans notre cas, les valeurs des  $m_{v_i}$  sont connues pour les vols de l'horaire initial. Nous utilisons ces valeurs et les équations (3.5) pour déterminer la fonction  $D(t)$  que l'on soumet à une hypothèse supplémentaire, soit qu'elle est aussi linéaire par morceau et définie par :

$$D(t) = d_i + \frac{(d_{i+1} - d_i)}{(t_{i+1} - t_i)} (t - t_i) \quad \text{si } t_i \leq t \leq t_{i+1}, \quad i \in \{0, 2, 3, \dots, n\}$$

où  $d_0 = d_n$  et  $d_{n+1} = d_1$ . Les constantes  $d_i$ ,  $i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$  sont donc à déterminer. Celles-ci correspondent aux valeurs de la fonction répartition de la demande en passagers aux heures de départ des vols, i.e.,  $d_i = D(t_i)$ .

En remplaçant  $\tau_{v_i}(t)$  et  $D(t)$  par leur expression analytique dans les membres de droite des équations (3.5), on a alors

$$\int_{t_{i-1}}^{t_{i+1}} \tau_{v_i}(t) D(t) dt = \frac{t_i - t_{i-1}}{6} d_{i-1} + \frac{t_{i+1} - t_{i-1}}{3} d_i + \frac{t_{i+1} - t_i}{6} d_{i+1}, \quad i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}.$$

Ainsi, à partir des équations (3.5), on obtient le système linéaire de  $n$  équations à  $n$  inconnues suivant :

$$m_{v_i} = \frac{t_i - t_{i-1}}{6} d_{i-1} + \frac{t_{i+1} - t_{i-1}}{3} d_i + \frac{t_{i+1} - t_i}{6} d_{i+1}, \quad i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}.$$

Afin de déterminer l'expression analytique de la fonction répartition de la demande en passagers, on est donc amené à résoudre le système linéaire :

$$Td = m \tag{3.6}$$

où la matrice  $T$  est donnée par :

$$T = \begin{pmatrix} \frac{t_2-t_1+\alpha}{3} & \frac{t_2-t_1}{6} & 0 & \dots & \dots & \frac{\alpha}{6} \\ \frac{t_2-t_1}{6} & \frac{t_3-t_1}{3} & \frac{t_3-t_2}{6} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \dots & \frac{t_i-t_{i-1}}{6} & \frac{t_{i+1}-t_{i-1}}{3} & \frac{t_{i+1}-t_i}{6} & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & \dots & \frac{t_{n-1}-t_{n-2}}{6} & \frac{t_n-t_{n-2}}{3} & \frac{t_n-t_{n-1}}{6} \\ \frac{\alpha}{6} & 0 & \dots & & 0 & \frac{t_n-t_{n-1}}{6} & \frac{t_n-t_{n-1}+\alpha}{3} \end{pmatrix}$$

et le vecteur de droite  $m$  est donné par  $m = [m_{v_1}, m_{v_2}, \dots, m_{v_n}]^T$ . La solution du système linéaire (3.6) correspond au vecteur  $d = [d_1, d_2, \dots, d_n]^T$ , où chaque composante du vecteur  $d$  correspond à  $d_i = D(t_i)$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ .

Afin de valider le modèle de répartition de la demande en passagers, nous avons utilisé un jeu de données fourni par Air Canada, correspondant à un ensemble de 15 vols du marché Toronto-Ottawa offert un lundi d'une semaine de la saison été 2002. Nous indiquons au tableau 3.1 les caractéristiques de ces données. La première et la deuxième colonne du tableau présentent les heures de départ locales et les heures de départ GMT (en minutes) des vols respectivement. La troisième colonne du tableau

présente le type d'avion effectuant le segment de vol, la quatrième colonne correspond à la capacité du type d'avion effectuant le segment de vol. La cinquième colonne du tableau indique le nombre de passagers pour chaque vol de l'horaire initial et la sixième colonne du tableau représente la demande moyenne en passagers associée à chaque segment de vol, calculée à partir de l'équation (3.3).

Tableau 3.1 – Ensemble des vols Toronto-Ottawa pour le lundi.

Heure Locale	Heure GMT en minutes	Typee d'avion	Capacité	Nombre de passagers $p_v$	Demande en passagers $m_v$
7:10	670	320	140	55	55
8:10	730	320	140	55	55
9:10	790	32C	140	43	43
10:10	850	320	140	50	50
12:10	970	319	120	59	59
13:10	1030	32C	140	96	97
14:10	1090	319	120	43	43
15:10	1150	767	198	81	81
16:10	1210	32C	140	61	61
17:10	1270	32C	140	94	95
18:10	1330	32C	140	102	104
19:10	1390	320	140	80	80
20:10	1450	73Q	100	44	44
22:10	1570	321	166	83	83
23:55	1675	319	120	94	98

À partir de ce jeu de données, nous calculons la fonction répartition de la demande en passagers du marché Toronto-Ottawa pour la journée de lundi en résolvant le système (3.6). La figure 3.3 illustre la courbe de répartition de la demande en passagers obtenue à partir de ce jeu de données. Nous pouvons remarquer que la courbe comporte des pics et des creux aux heures de départ des vols, ce qui n'est généralement pas le cas en réalité. Afin d'obtenir une courbe qui ne comporte pas de pics et de

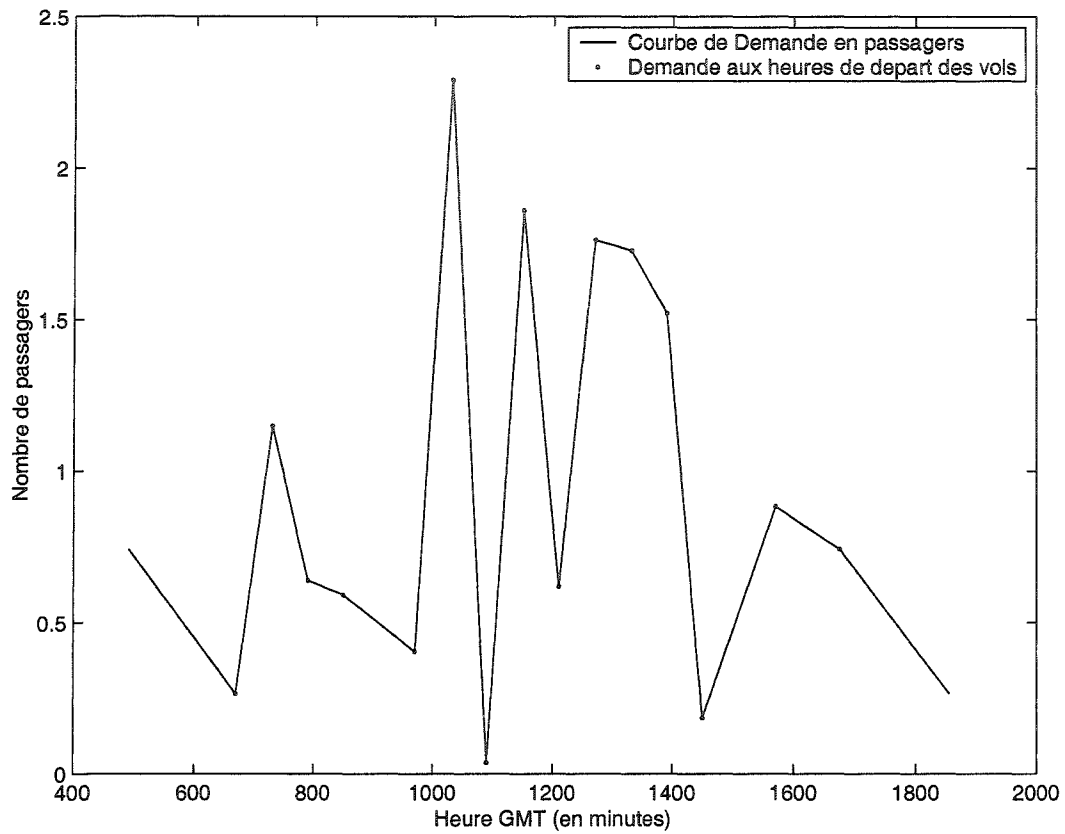


Figure 3.3 – Demande en passagers en fonction du temps pour le marché Toronto-Ottawa

creux aux heures de départ des vols, nous proposons de lisser cette courbe à l'aide des manipulations exposées dans la section suivante.

### 3.2.2 Lissage d'une courbe de répartition de la demande en passagers

À l'entrée de cette étape, nous disposons d'une courbe de répartition de la demande en passagers de la fonction  $D(t)$  (voir figure 3.3). Nous considérons l'intervalle  $[t_1, t_{n+1}]$ , où  $t_{n+1} = t_n + \alpha$  et  $t_1, t_n$  représentent respectivement les heures de départ du premier

et du dernier vol de la journée d'un marché donné et  $\alpha$  un paramètre du marché. On subdivise cet intervalle de temps en  $m$  sous-intervalles de même longueur  $L$

$$L = \frac{(t_{n+1} - t_1)}{m}$$

et l'on note  $tt_i = t_1 + (i - 1)L$ ,  $i \in \{1, 2, 3, \dots, m + 1\}$  la discrétisation obtenue. On a alors  $tt_1 = t_1$  et  $tt_{m+1} = t_{n+1}$ .

Le lissage consiste à calculer les surfaces  $S_i$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, m\}$  à l'aide de l'intégrale

$$S_i = \int_{tt_i}^{tt_{i+1}} D(t)dt$$

et à répartir les surfaces  $S_i$  dans des triangles isocèles  $T_i$  de base  $[tt_{i+1} - 3L, tt_{i+1} + 3L]$  et de hauteur  $h_i$  avec

$$h_i = \frac{2S_i}{(tt_{i+1} + 3L) - (tt_{i+1} - 3L)} = \frac{S_i}{3L}.$$

Notons que l'aire du triangle  $T_i$  correspond à  $S_i$ . Convenons que s'il y a  $m + 1$  points de discrétisation de l'intervalle  $[tt_1, tt_{m+1}]$ , alors

$$tt_1 - L = tt_m, \quad tt_1 - 2L = tt_{m-1} \quad \text{et} \quad tt_1 - 3L = tt_{m-2}$$

et

$$tt_{m+1} + L = tt_2, \quad tt_{m+1} + 2L = tt_3 \quad \text{et} \quad tt_{m+1} + 3L = tt_4.$$

La figure 3.4 représente la répartition d'une surface  $S_i$  dans un triangle isocèle  $T_i$ .

Ensuite, le lissage d'une portion de la courbe correspondant au sous-intervalle  $[tt_i, tt_{i+1}]$  consiste à sommer au dessus de cet intervalle des parties des aires des six triangles isocèles  $T_{(i+j-3)}$ ,  $j \in \{1, 2, 3, \dots, 6\}$  où l'aire du triangle  $T_{(i+j-3)}$  correspond à

$$S_{(i+j-3)} = \int_{tt_{(i+j-3)}}^{tt_{(i+j-2)}} D(t)dt.$$

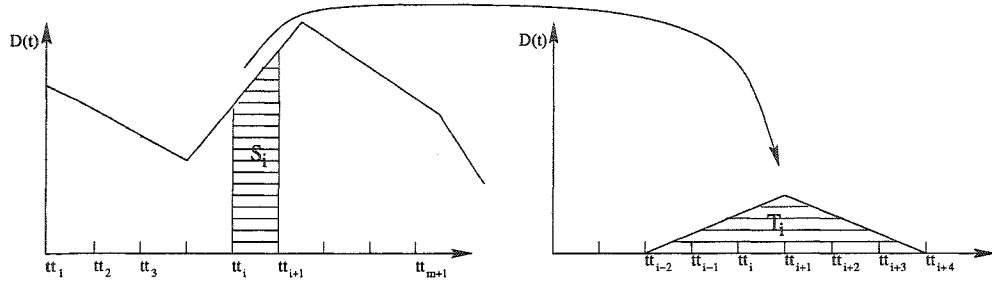


Figure 3.4 – Répartition d'une surface  $S_i$  dans un triangle isocèle  $T_i$ .

La figure 3.5 présente le processus de lissage d'une portion de la courbe correspondant au sous-intervalle  $[tt_4, tt_5]$ . En faisant ce procédé sur l'ensemble des portions de la courbe correspondant aux sous-intervalles  $[tt_i, tt_{i+1}]$ ,  $i \in \{1, 2, 3, \dots, m\}$ , on obtient alors une courbe presque lisse. La figure 3.6 présente les courbes  $D(t)$  et  $\mathcal{D}(t)$  correspondant respectivement aux courbes avant et après lissage (trait pointillé et trait plein respectivement) pour le nombre de sous-intervalles  $m = 30$  et  $\alpha = 180$ . Nous pouvons remarquer que la courbe lisse ne comporte plus de pics et de creux aux heures de départ des vols. Une fois que nous disposons des courbes de la demande en passagers en fonction du temps, pour chaque marché, nous pouvons étudier l'attraction des vols sur un nouvel horaire et ainsi obtenir une estimation du nombre de passagers pour chaque segment de vol du nouvel horaire en fonction de la capacité du type d'avion effectuant le vol. Dans ce qui suit, nous voyons comment estimer le nombre de passagers pour chaque segment de vol du nouvel horaire.



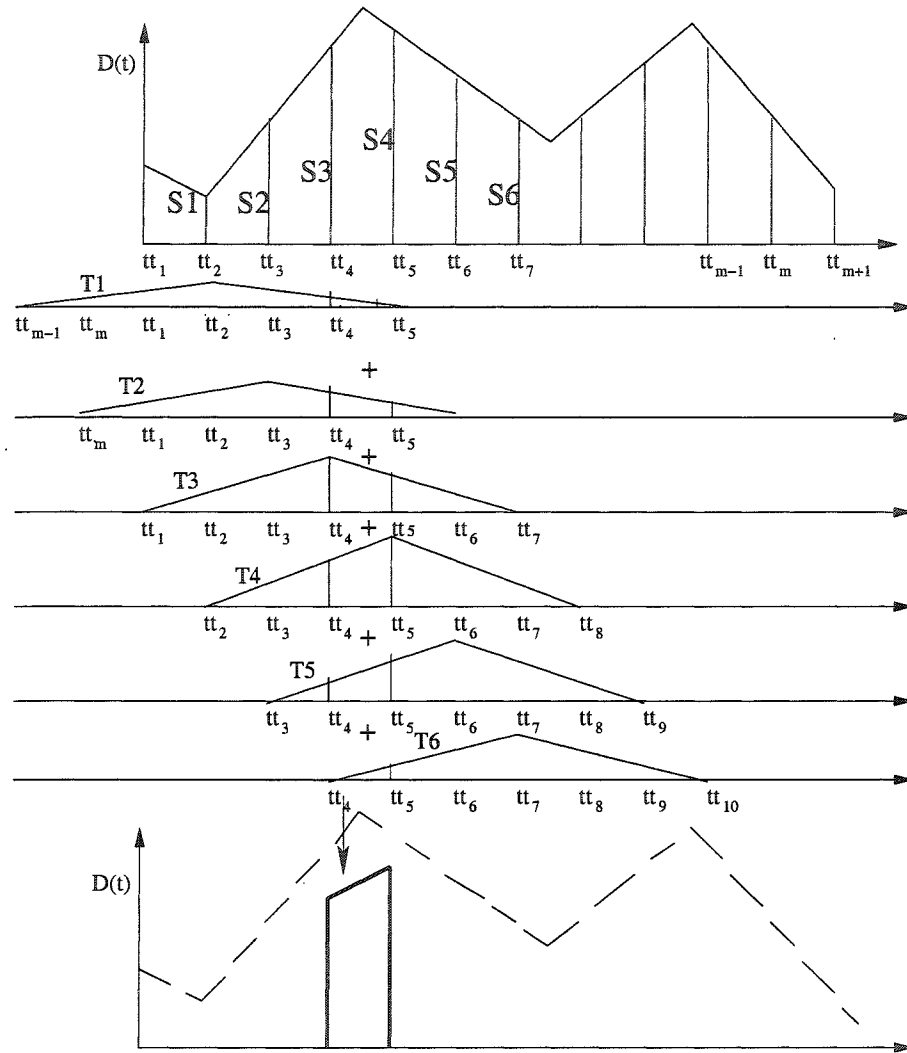


Figure 3.5 – Processus de lissage d'une portion de la courbe correspondant au sous-intervalle  $[tt_4, tt_5]$ .

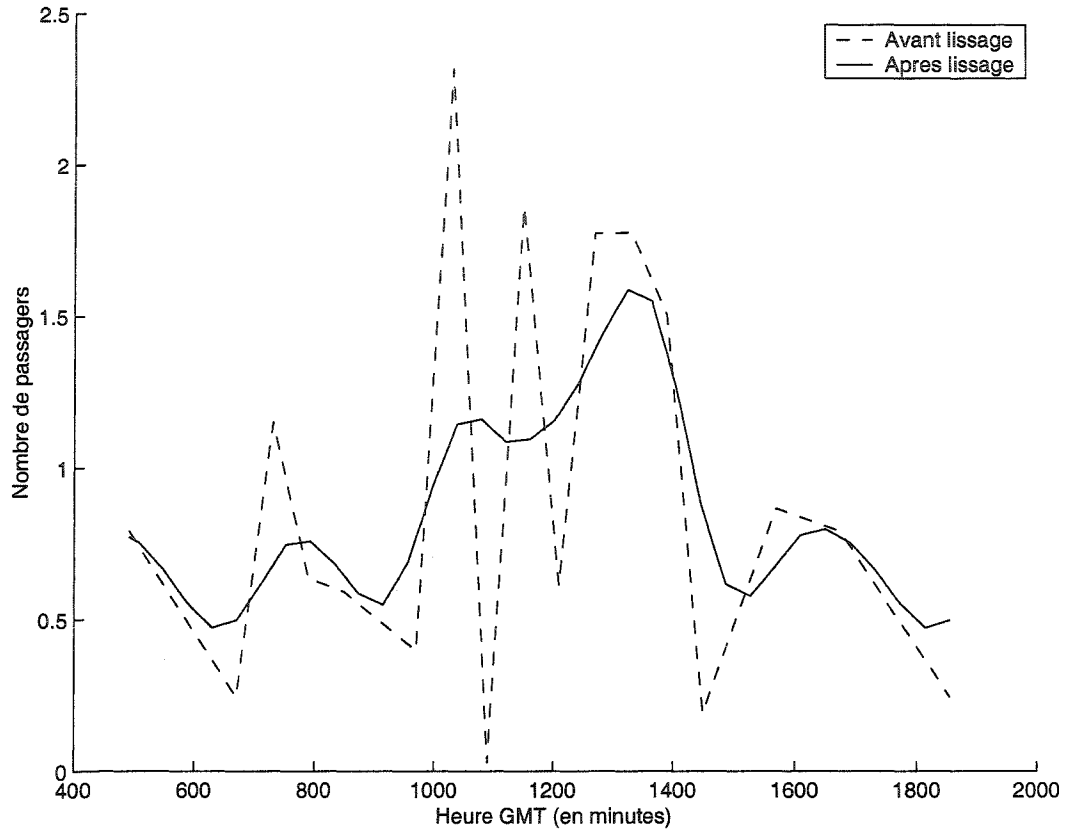


Figure 3.6 – Courbes de demande avant et après lissage.

### 3.2.3 Estimation du nombre de passagers pour chaque vol du nouvel horaire

L'estimation du nombre de passagers  $p_v$  pour chaque vol  $v$  du nouvel horaire (i.e, après l'annulation et/ou la fusion de vols) est donné par l'espérance mathématique  $E(\min(X, c))$  où  $c$  correspond à la capacité en sièges du type d'avion effectuant le vol  $v$ ,  $X$  est une variable aléatoire de loi normale  $\mathcal{N}(m_v, \sigma_v)$ ,  $\sigma_v = 0.3m_v$  et  $m_v$  correspondant à la demande moyenne de passagers pour ce vol  $v$ , donnée par :

$$m_v = \int_a^b \tau_v(t) \mathcal{D}(t) dt \quad (3.7)$$

où les bornes d'intégration  $a$  et  $b$  correspondent respectivement aux heures de départ des vols précédent et suivant le vol  $v$ , reliant une même paire origine-destination,  $\mathcal{D}(t)$  représente la fonction répartition de demande en passagers obtenue après le lissage de courbe et  $\tau_v(t)$  la fonction attraction du vol  $v$  donnée par la définition (3.1).

Par conséquent, l'estimation du nombre de passagers  $p_v$  pour chaque vol  $v$  du nouvel horaire en fonction de la capacité du type d'avion effectuant le vol  $v$  est donnée par :

$$p_v = -\frac{\sigma_v}{\sqrt{2\pi}} e^{-1/2(\frac{c-m_v}{\sigma_v})^2} + c + (m_v - c) \int_{-\infty}^{(\frac{c-m_v}{\sigma_v})} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-1/2x^2} dx. \quad (3.8)$$

Le tableau 3.2 présente les caractéristiques de chaque segment de vol de l'horaire initial du marché Montréal-Toronto de la journée de samedi. La première colonne correspond aux heures de départ des vols, les deuxième et troisième colonnes représentent respectivement le type d'avion et la capacité du type d'avion effectuant le vol, les quatrième et cinquième colonnes correspondent au nombre de passagers espéré et la demande en passagers pour un segment de vol. Le tableau 3.3 présente les caractéristiques de chaque segment de vol du nouvel horaire du marché Montréal-Toronto de la journée de samedi. Cet horaire de vols est obtenu en fusionnant les vols de 17:00 et 18:00 dans un vol partant à 17:30. La première colonne du tableau 3.3 correspond aux heures de départ du vol fusionné et de ses vols voisins. La deuxième colonne représente la demande en passagers pour ces segments de vol du nouvel horaire. Les troisième, quatrième et cinquième colonnes représentent respectivement le nombre de passagers espérés sur chaque segment de vol du nouvel horaire en fonction de la capacité  $c$  du type d'avion effectuant le vol fusionné et ses vols voisins.

Tableau 3.2 – Ensemble des vols Montréal-Toronto de l'horaire initial pour le samedi.

Heure Locale	Type d'avion	Capacité	Nombre de passagers $p_v$	Demande en passagers $m_v$
6:00	32C	140	91	91
6:30	321	166	88	88
7:00	320	140	55	55
8:00	321	166	113	114
9:00	319	120	57	57
10:00	76P	220	81	81
11:00	319	120	100	108
12:00	CRJ	50	45	53
13:00	320	140	94	95
15:00	319	120	91	94
16:00	319	120	85	86
17:00	76P	220	93	93
18:00	32C	140	87	87
19:00	320	140	83	83
20:00	319	120	81	82
22:00	32C	140	36	36

Tableau 3.3 – Ensemble des vols du nouvel horaire du marché Montréal-Toronto pour le samedi.

Heure Locale	Demande en passagers $m_v$	Nombre de passagers $p_v$ avec $c = 296$	Nombre de passagers $p_v$ avec $c = 100$	Nombre de passagers $p_v$ avec $c = 50$
16:00	105	105	90	49
17:30	135	135	96	50
19:00	105	105	90	49

Dans la relation (3.7), nous supposons que les passagers voulant partir à un certain moment font leur choix en fonction seulement de l'heure de départ du vol. En effet, le choix de vol est fait entre le vol le plus proche partant plus tôt que l'heure de départ désirée, et le vol le plus proche partant plus tard que la période de départ désirée. Cependant, il ne s'agit que d'une hypothèse car le mécanisme du choix d'un vol n'est pas aussi simple. En effet, plusieurs facteurs autres que l'heure de départ peuvent influencer le choix des passagers. Le modèle d'attraction donné par la définition (3.1) ne permet pas une diminution ou une augmentation de la demande en passagers sur une journée considérée. En effet, si on note par  $m_{v_i}$  la demande en passagers du vol  $v_i$  de l'horaire initial,  $i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$  et  $\widetilde{m}_{v_j}$  la demande en passagers du vol  $\widetilde{v}_j$  du nouvel horaire,  $j \in \{1, 2, 3, \dots, k\}$ , alors on a

$$\sum_{i=1}^n m_{v_i} = \sum_{j=1}^k \widetilde{m}_{v_j}.$$

Cependant, il ne s'agit que d'une hypothèse car l'annulation de vols et/ou le regroupement de vols peut augmenter ou diminuer la demande en passagers d'un marché. En effet, pour une origine-destination, les passagers désirent voyager en fonction du moment de départ et non pas en fonction des segments de vol qui sont offerts. Par conséquent, il peut arriver qu'en annulant un vol, les passagers qui auraient voulu voyager avec le vol annulé choisissent de voyager avec un autre transporteur. En fusionnant deux vols, il peut arriver que le vol fusionné attire des passagers qui auraient choisi de voyager avec un autre transporteur.

Afin de tenir compte des facteurs évoqués ci-dessus, nous pouvons apporter une amélioration au modèle d'attraction  $\tau_v(t)$  en permettant une diminution et une augmentation de la demande de passagers, quand on applique l'annulation ou la fusion de vols et en incorporant dans le modèle des variables pour tenir compte d'autres facteurs qui peuvent intervenir pour le choix d'un vol.

### 3.3 Détermination de la disponibilité des avions

Étant donné que l'annulation et la fusion de vols ont un effet global sur la demande en passagers des autres vols, il peut arriver que certains types d'avion qui étaient adaptés pour effectuer chacun des vols de l'horaire initial, ne soient plus adaptés pour effectuer chacun des vols du nouvel horaire, i.e, après l'annulation et/ou la fusion des vols. Par conséquent, il peut arriver qu'en fusionnant deux vols dans un seul vol avec une heure de départ se trouvant entre les heures de départ de ces deux vols de l'horaire initial, il n'existe pas un avion disponible à cette heure pour effectuer le vol fusionné.

Par exemple, supposons que cinq vols Montréal-Toronto initialement prévus pour 8:00, 9:00, 10:00, 11:00 et 12:00 soient tous couverts par des CRJ (un type d'avion d'une capacité maximale en sièges de cinquante places) et que le vol de 10:00 soit le seul non rentable. En annulant le vol de 10:00, on peut se retrouver avec une demande pour les vols de 9:00 et 11:00 excédant la capacité en sièges du CRJ. Pour satisfaire la demande de 9:00 et 11:00, on peut donc se tourner vers un autre type d'avion plus gros, adapté à ces vols. Par conséquent, il doit donc exister à ces instants de la journée à la station Montréal au moins un type d'avion permettant d'effectuer chacun de ces vols et de maximiser la recette globale. En fusionnant le vol non rentable de 10:00 avec le vol voisin de 9:00 (ou de 11:00) à 9:30 (ou à 10:30), il doit exister un avion disponible à 9:30 (ou à 10:30) permettant d'effectuer le vol fusionné. De plus, étant donné que la fusion de vols a un effet sur la demande en passagers des vols voisins, on peut se retrouver avec une demande de passagers des vols voisins excédant cinquante passagers. Il doit donc exister à la station Montréal, des types d'avion permettant de récupérer tous les passagers, afin d'effectuer les vols de 9:30 (ou de 10:30) et ces vols voisins de 8 :00 et de 11 :00 (ou de 9:00 et de 12:00).

Par conséquent, en plus d'estimer le nombre de passagers sur chaque segment de vol du nouvel horaire, le système d'aide à la réoptimisation d'un horaire de vols doit

déterminer la disponibilité des avions à chaque station donnée. Ainsi s'il n'y a pas d'avion disponible à un moment et à une station donné, nous ne proposons pas la fusion de vols à ce moment.

Pour ce faire, à partir des caractéristiques de chaque segment de vol de l'horaire initial à savoir l'heure de départ, la durée du vol et le temps minimum de connexion à la station destination, nous dressons à chacune des stations et pour chaque type d'avion, une liste d'événements début et fin de disponibilité d'un type d'avion. Nous considérons que le début de la disponibilité d'un type d'avion à une station correspond au moment où l'avion arrive à la station plus le temps minimum de connexion. Nous considérons que la fin de la disponibilité d'un type d'avion correspond au moment où l'avion quitte la station. Ensuite la liste d'événements est triée en ordre chronologique. Soit  $(t_1, t_2, \dots, t_m)$  la liste des moments où les événements ont lieu à une station  $s$  et pour un type d'avion donné  $k$  et  $n^k$  le nombre d'avions de type  $k$  disponibles à la station  $s$  au début de la période de planification (une semaine). Afin de déterminer le nombre d'avions de type  $k$  disponibles aux moments  $t_i, i \in \{1, 2, \dots, m\}$  à la station  $s$ , nous procédons de la façon suivante. D'abord, nous commençons par initialiser à  $n^k$  le nombre d'avions disponibles à la station  $s$  aux moments  $t_i, i \in \{1, 2, \dots, m\}$ . Ensuite, si un moment  $t_d, d \in \{1, 2, \dots, m\}$  correspond à un événement début de disponibilité d'un type d'avion, alors on ajoute une disponibilité d'un avion du type  $k$  aux moments  $t_i$  avec  $t_i \geq t_d$ . Si un moment  $t_f, f \in \{1, 2, \dots, m\}$  correspond à un événement fin de disponibilité d'un type d'avion, alors on enlève une disponibilité de ce type d'avion aux moments  $t_i$  avec  $t_i \geq t_f$ .

Cependant, étant donné qu'au moment de la réalisation de ce projet, le nombre d'avions disponibles à la station  $s$  au début de la période n'était pas connu, nous avons utilisé la démarche suivante afin de déterminer la disponibilité des avions à la station  $s$  à chaque moment. En supposant que tous les avions de la flotte d'Air Canada sont utilisés pendant la période, nous pouvons trouver le nombre d'avions

disponibles à la station  $s$  au début de la période. Pour ce faire, nous avons suivi la démarche suivante. En premier, pour chaque moment  $t_i$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ , nous associons une variable  $p_i^k = 0$ . Ensuite, si un moment  $t_d$ ,  $d \in \{1, 2, \dots, m\}$  correspond à un événement début de disponibilité d'un type d'avion, alors on ajoute un à la variable  $p_i^k$  aux moments  $t_i$  avec  $t_i \geq t_d$ . On a alors  $p_i^k \leftarrow p_i^k + 1$  aux moments  $t_i$  avec  $t_i \geq t_d$ . Si un moment  $t_f$ ,  $f \in \{1, 2, \dots, m\}$  correspond à un événement fin de disponibilité d'un type d'avion, alors on enlève un aux moments  $t_i$  avec  $t_i \geq t_f$ . On a alors  $p_i^k \leftarrow p_i^k - 1$  aux moments  $t_i$  avec  $t_i \geq t_f$ . En effectuant, ce procédé sur l'ensemble des moments  $t_i$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, m\}$  et en tenant compte que tous les avions de la flotte d'Air Canada sont utilisés pendant la période considérée, nous pouvons déduire le nombre d'avions disponibles à la station  $s$  au début de la période. En effet si on note par  $p = \min\{p_1^k, p_2^k, \dots, p_m^k\}$ , alors le nombre d'avions disponibles  $n^k$ , à la station  $s$  au début de la période correspond à la valeur de  $|p|$ . Par conséquent, le nombre d'avions de type  $k$  disponibles au moment  $t_i$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  correspond à  $n_i^k = n^k + p_i^k$ .

Le lecteur peut se référer à l'algorithme 3.1 pour une meilleure compréhension du processus de détermination de la disponibilité d'un type d'avion  $k$  à une station  $s$ . Ainsi, nous pouvons connaître le nombre d'avions de chaque type disponibles à chacune des stations et à chaque moment de la période. La figure 3.7 présente la disponibilité de quatre types d'avion à la station Montréal pour la journée du lundi d'une semaine de la période de planification de l'été 2002. Les histogrammes 3.7(b), 3.7(c) et 3.7 (d) révèlent que les types d'avions 767, 333 et 73Q ne sont pas toujours disponibles à la station Montréal le lundi. En effet, il existe des moments de la journée où il n'y a pas d'avion à la station Montréal. Par exemple, nous pouvons remarquer qu'en fin de journée, il n'y a pas d'avion de type 333 et 73Q disponible à la station Montréal. Par conséquent, un regroupement de vols en fin de la journée ne peut être effectué par un avion de type 333 ou 73Q. Cependant, un regroupement de vols en



---

**Algorithme 3.1** Disponibilité des avions
 

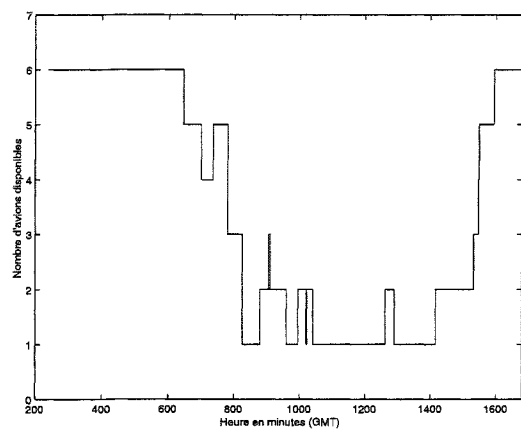
---

```

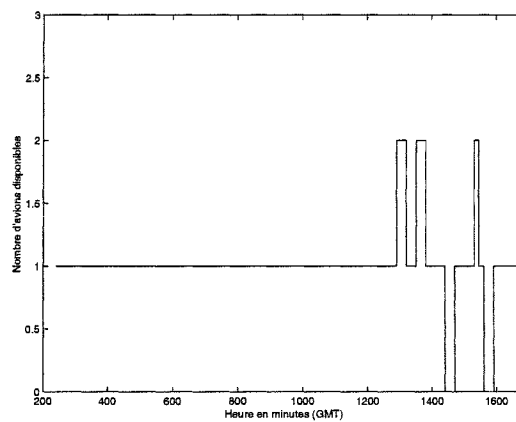
pour tout  $i \in \{1, 2, \dots, m\}$  effectuer
   $p_i^k \leftarrow 0$ 
  pour tout  $i \in \{1, 2, \dots, m\}$  effectuer
    si  $t_i$  correspond à un événement début de disponibilité d'un type d'avion  $k$ 
    alors
      pour tout  $j \geq i$  effectuer
         $p_j^k \leftarrow p_j^k + 1$ 
      si  $t_i$  correspond à un événement fin de disponibilité d'un type d'avion  $k$  alors
        pour tout  $j \geq i$  effectuer
           $p_j^k \leftarrow p_j^k - 1$ 
         $p = \text{minimum}\{p_1^k, p_2^k, \dots, p_m^k\}$ 
      pour tout  $i \in \{1, 2, \dots, m\}$  effectuer
         $n_i^k \leftarrow p_i^k + |p|$ 
  
```

---

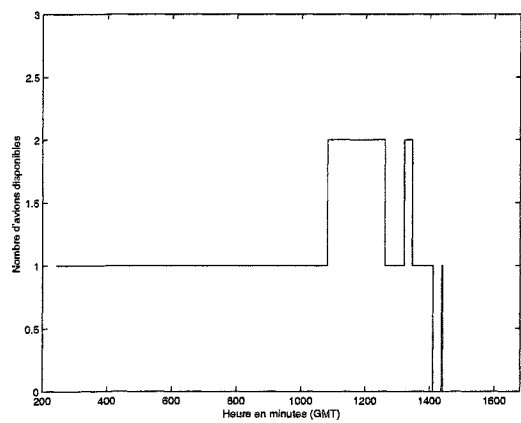
fin de la journée peut être effectué par un type 319 (voir histogramme 3.7 (a)). En effet, nous pouvons remarquer qu'il y a toujours un avion de type 319 disponible à la station Montréal, le lundi.



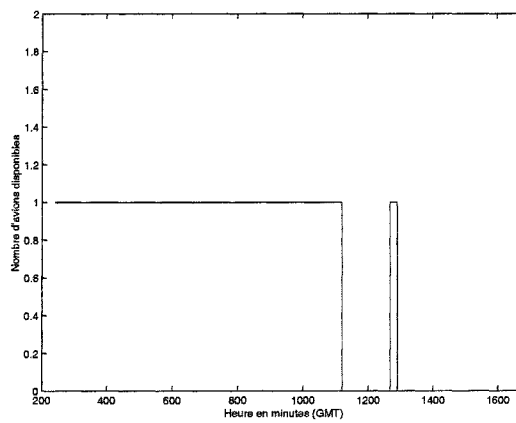
(a) Disponibilité du type 319.



(b) Disponibilité du type 767.



(c) Disponibilité du type 333.



(d) Disponibilité du type 73Q.

Figure 3.7 – Disponibilité des types d'avions à la station Montréal un lundi.

## CHAPITRE 4 : RÉ-OPTIMISATION D'UN HORAIRE DE VOLS ET AFFECTATION DES TYPES D'AVION AUX VOLS

Au chapitre 2, nous avons vu comment évaluer un horaire de vols offert par une compagnie aérienne à partir de l'analyse de la solution du problème d'affectation des types d'avion aux vols. Pour ce faire, nous avons défini le bénéfice pondéré permettant d'identifier des segments de vol non rentables. Ensuite dans le but d'améliorer cet horaire de vols, nous permettons l'annulation et la fusion de vols non rentables. Étant donné que l'annulation et la fusion de vols ont un effet sur la demande en passagers des vols, nous avons défini au chapitre 3, des modèles de répartition de la demande de passagers et d'attraction des vols. À partir de ces modèles, nous avons pu estimer la proportion de passagers désirant voyager sur chaque segment de vol du nouvel horaire, i.e, après l'annulation de vols et/ou la fusion de vols.

Afin d'estimer le profit engendré par l'annulation ou la fusion de vols, nous proposons dans ce chapitre un modèle de réoptimisation d'un horaire de vols. Il s'agit d'une extension du modèle d'affectation des types d'avion aux vols auquel on ajoute la possibilité d'annuler et de fusionner des vols. Avant de présenter le modèle de réoptimisation d'un horaire de vols, nous décrivons d'abord le problème de base d'affectation des types d'avion aux vols, ainsi que quelques extensions que l'on peut lui apporter.

### 4.1 Affectation des types d'avion aux vols

Le problème de base d'affectation des types d'avion aux vols se pose comme suit. Soit une flotte hétérogène d'avions et un ensemble de vols à effectuer. On cherche à affecter

un type d'avion à chacun des vols de façon à maximiser le total des profits anticipés et à satisfaire les contraintes de disponibilité des avions par type et de conservation de flot des avions par type aux stations en tout temps. Dans la littérature, on trouve des modèles pour le problème d'affectation des types d'avion aux vols sur une base quotidienne SUBRAMANIAN ET AL. (1994) et HANE ET AL. (1995). Le problème est formulé comme un modèle de programmation linéaire en nombres entiers de type multiflots dans un réseau espace-temps qui se résout par une approche de séparation et évaluation progressive. Nous donnons ici le modèle linéaire en nombres entiers proposé par HANE ET AL. (1995). Notons que nos travaux sont basés sur ce modèle.

#### 4.1.1 Modèle de base d'affectation des types d'avion aux vols

Voyons d'abord la notation utilisée. Notons par  $K$  l'ensemble des différents types d'avion,  $n^k$  le nombre d'avions du type  $k \in K$ ,  $S$  l'ensemble des stations et  $V$  l'ensemble des vols à couvrir. On dénotera parfois les vols par  $i \in V$  ou encore par  $(o, d, t) \in V$ , où  $o, d \in S$  sont respectivement les stations d'origine et de destination du vol et  $t$  le moment de son départ. On dénote par  $\tau_{odt'}^k$  l'heure d'arrivée du vol  $(o, d, t') \in V$  s'il est effectué par un avion de type  $k \in K$ . La valeur de  $\tau_{odt'}^k$  est obtenue en additionnant l'heure de départ  $t'$  du vol, la durée du vol et le temps minimum de connexion.

Étant donné l'horaire de vols, il existe, à chacune des stations et pour chaque type d'avion, une liste d'événements (début et fin de vol) qui peut être triée en ordre chronologique. Soit  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$  la liste des moments où les événements ont lieu, alors on définit  $t^+$  comme le temps de l'événement suivant  $t$  (par exemple  $t_1^+ = t_2$ ) et  $t^-$  comme le temps de l'événement précédent  $t$ . Convenons aussi que s'il y a  $n$  événements à cette station,  $t_n^+ = t_1$  et  $t_1^- = t_n$ .

Le problème est formulé comme un modèle de multiflots dans un réseau espace-temps, où on définit un flot par type d'avion. Ainsi, pour chaque type d'avion  $k \in K$ , on construit un sous-réseau dans lequel l'ensemble  $N^k$  des noeuds représente les événements de début et de fin des vols et qui contient deux types d'arc : les arcs de vol et les arcs d'attente au sol. Les noeuds de l'ensemble  $N^k$  seront dénotés par  $(o, t)$  où  $o \in S$  et  $t$  est le moment de l'événement.

Le flot sur les arcs de vol est représenté par les variables  $X_i^k$  qui valent 1 si un avion de type  $k$  couvre le vol  $i$  et 0 sinon. La valeur  $c_i^k$  correspond au profit anticipé du segment de vol  $i$  lorsqu'on utilise un type d'avion  $k$  pour effectuer le vol  $i$ . Les variables  $Y_{ott+}^k$  sont associées au flot sur les arcs d'attente au sol, représentant le nombre d'avions de type  $k$  en attente à la station  $o$  entre les temps  $t$  et  $t^+$ .

Pour compter le nombre d'avions utilisés, on doit choisir un moment de la journée où on fait le compte des avions au sol et en vol. Il est clair que le nombre d'avions obtenu pour chaque type ne dépend pas du moment choisi, puisqu'il y a toujours conservation de flot dans chacun des sous-réseaux. Pour le sous-réseau  $k$ , on note par  $O(k)$  l'ensemble des arcs de vol ayant lieu à ce moment et par  $A(k)$  l'ensemble des arcs représentant l'attente au sol à ce même moment.

En utilisant ces notations, le problème peut se formuler comme suit :

$$\text{Maximiser } \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} c_i^k X_i^k \quad (4.1)$$

sujet à :

$$\sum_{k \in K} X_i^k = 1, \quad \forall i \in V \quad (4.2)$$

$$\sum_{d \in S} \sum_{t': \tau_{odt'}^k = t} X_{dot'}^k + Y_{ot-t}^k - \sum_{d \in S} X_{odt}^k - Y_{ott+}^k = 0, \quad \forall k \in K, \forall (o, t) \in N^k \quad (4.3)$$

$$\sum_{i \in O(k)} X_i^k + \sum_{\{ott+\} \in A(k)} Y_{ott+}^k \leq n^k, \quad \forall k \in K \quad (4.4)$$

$$Y_{ott+}^k \geq 0, \quad \forall k \in K, \forall (o, t) \in N^k \quad (4.5)$$

$$X_i^k \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K, \forall i \in V. \quad (4.6)$$

L'objectif (4.1) consiste à maximiser le total des profits anticipés. Les contraintes (4.2) assurent que tous les vols seront couverts par un et un seul avion. Les contraintes (4.3) préservent la conservation de flot et les contraintes (4.4) limitent la disponibilité des avions pour chaque type.

#### 4.1.2 Revue de littérature

Dans la littérature, on trouve des extensions de différentes natures incorporées à ce problème de base d'affectation des types d'avion aux vols. Ces extensions permettent au modèle de considérer plus de variables de décision ou de contraintes, dans le but d'obtenir des solutions réalisables du point de vue opérationnel. On peut citer les travaux de CLARKE ET AL. (1996), où on enrichit la fonction objectif du modèle d'affectation pour tenir compte de certains coûts d'équipage et intègre des contraintes concernant l'entretien périodique des avions et de l'équipement. Dans BARNHART

ET AL. (1998), on tente de résoudre le problème d'affectation en même temps que le problème des rotations d'avion. Les auteurs introduisent au modèle d'affectation des contraintes relatives à la maintenance des avions et ils utilisent une approche de séparation et évaluation progressive combinée à de la génération de colonnes pour résoudre le problème. Dans BÉLANGER ET AL. (2001), on résout le problème d'affectation des types d'avion aux vols en permettant une certaine homogénéité dans le choix des types d'avion pour des vols de même numéro. En effet, la couverture des vols de même numéro par un même type d'avion permet d'améliorer le service aux clients et de faciliter l'organisation de l'entretien des avions et du service au sol.

On trouve dans la littérature des travaux où on tente de résoudre le problème d'affectation tout en permettant une certaine flexibilité sur les heures de départ des vols. Dans DESAULNIERS ET AL. (1997), on introduit la flexibilité sur les heures de départ du problème d'affectation des types d'avion aux vols. Les auteurs remplacent l'heure de départ fixée par une fenêtre de temps constituée des heures de départ permises. Le problème est également résolu par une méthode de génération de colonnes imbriquée dans un algorithme de séparation et évaluation progressive. Dans REXING ET AL. (2000), des fenêtres de temps sont discrétisées, créant ainsi des copies de chaque vol dans un graphe et les auteurs parviennent à formuler le problème comme un programme linéaire en nombres entiers semblable à celui que l'on retrouve dans le cas où les heures de départ sont fixées. Le problème est résolu en utilisant une méthode de séparation et d'évaluation progressive.

## 4.2 Réoptimisation de l'horaire de vols

Nous présentons ici le problème de réoptimisation de l'horaire de vols. Le modèle de réoptimisation de l'horaire de vols est semblable au modèle d'affectation des types

d'avion aux vols de HANE ET AL. (1995). Il faut lui ajouter des variables et des contraintes supplémentaires relatives à l'annulation et à la fusion de vols. Avant de présenter notre modèle, voyons comment choisir les vols de l'horaire initial qui peuvent être annulés ou fusionnés.

#### 4.2.1 Possibilités d'annulation et de fusion de vols

Dans le modèle proposé, nous considérons la possibilité d'annuler tous les vols de l'horaire initial. Pour intégrer au modèle de base la possibilité de fusionner des vols, nous choisissons pour chaque marché, un ensemble de vols pouvant être fusionnés. Pour ce faire, nous avons utilisé la démarche suivante.

D'abord, pour chaque paire de villes origine-destination, nous avons créé des sous-ensembles de segments de vol correspondant aux segments de vol partant le même jour de la semaine. Ainsi pour chaque marché et jour de la semaine, nous obtenons un sous-ensemble de vols  $V$ . Ensuite, pour chaque sous-ensemble  $V$ , nous lui associons un ensemble de vols fusionnés  $\widehat{V}$  correspondant aux différentes fusions possibles des vols du sous-ensemble  $V$  (en convenant qu'on peut seulement regrouper un vol avec son vol voisin du même marché). Par exemple, si un sous-ensemble  $V$  comprend  $n$  vols  $v_j$ ,  $j \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$ , triés en ordre chronologique suivant les heures de départ des vols, et si  $t_j$ ,  $\beta_j$  représentent respectivement, le moment de départ et le bénéfice pondéré associé au vol  $v_j$ , alors l'ensemble  $\widehat{V}$  comprend  $n - 1$  segments de vols fusionnés  $\widehat{v}_j$ ,  $j \in \{1, 2, 3, \dots, n-1\}$  avec un moment de départ correspondant à  $\widehat{t}_j = \frac{t_j + t_{j+1}}{2}$ . Notons que le vol  $\widehat{v}_j$  regroupe les vols  $v_j$  et  $v_{j+1}$ . Les bénéfices pondérés  $\beta_j$ , correspondant aux vols  $v_j$ ,  $j \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$  de l'horaire initial ont été définis à la section 2.2. Nous cherchons à fusionner les vols  $v_j$ , ayant un  $\beta_j \leq 0$ . Par conséquent, nous définissons le bénéfice pondéré associé au vol  $\widehat{v}_j$  obtenu en regroupant les vols  $v_j$  et  $v_{j+1}$  comme étant la somme des bénéfices pondérés des vols  $v_j$  et  $v_{j+1}$ , soit  $\widehat{\beta}_j = \beta_j + \beta_{j+1}$ .



Une fois que nous disposons des ensembles  $\widehat{V}$ , pour chaque marché et jour de la semaine, nous cherchons à déterminer un sous-ensemble  $A$  de  $\widehat{V}$  admissible, i.e., un sous-ensemble constitué de vols fusionnés admissibles. Deux vols fusionnés  $\widehat{v}_p$  et  $\widehat{v}_q$  sont dit admissibles si  $|p - q| \geq 3$ . Par conséquent, un ensemble  $A$  est admissible si entre deux vols fusionnés, il existe au moins un vol non fusionné. Par exemple, l'ensemble  $\{\widehat{v}_1, \widehat{v}_4, \widehat{v}_7\}$  est admissible. En effet, il existe un vol non fusionné  $v_3$  entre les vols fusionnés  $\widehat{v}_1$  et  $\widehat{v}_4$ , et un vol non fusionné  $v_6$  entre les vols fusionnés  $\widehat{v}_4$  et  $\widehat{v}_7$ . Par contre, les ensembles  $\{\widehat{v}_1, \widehat{v}_2\}$  et  $\{\widehat{v}_1, \widehat{v}_3\}$  ne sont pas admissibles. Notons que pour une origine-destination et pour un jour de la semaine, il peut exister plusieurs différents sous-ensembles admissibles. Par conséquent, parmi ces ensembles admissibles, nous cherchons un ensemble admissible "optimal". Un ensemble admissible est dit optimal s'il est constitué de vols fusionnés permettant d'augmenter le plus possible le profit d'une compagnie aérienne. Par exemple, si on note par  $A^f$ ,  $f \in \{1, 2, 3, \dots, m\}$ , les sous-ensembles de  $\widehat{V}$  contenant des vols fusionnés admissibles et on note par  $\widetilde{\beta}^f$  la somme des bénéfices pondérés des vols fusionnés du sous-ensemble admissible  $A^f$ . Alors le sous-ensemble de vols fusionnés admissible et optimal  $A^*$  est donné de sorte que

$$\widetilde{\beta}^* = \min_{f \in \{1, \dots, m\}} \widetilde{\beta}^f.$$

Afin de déterminer l'ensemble optimal  $A^*$ , pour chaque origine-destination et jour de la semaine, nous avons utilisé la démarche suivante. Tout d'abord, pour chaque origine-destination et jour de la semaine, nous construisons un réseau  $G(\mathcal{V}, \mathcal{A})$  où  $\mathcal{V}$  et  $\mathcal{A}$  sont les ensembles des noeuds et des arcs du réseau. L'ensemble  $\mathcal{V}$  est constitué de trois types de noeuds : un noeud source que l'on identifiera par  $s_o$ , un noeud puits  $p_u$  et un ensemble de noeuds  $N$  correspondant aux vols fusionnés  $\widehat{v}_j$  et vérifiant la propriété suivante : Il existe un noeud  $j \in N$  si  $\widehat{\beta}_j < 0$  et s'il existe un avion disponible à la station origine du vol fusionné au moment  $\widehat{t}_j$ . On a alors  $\mathcal{V} = N \cup \{s_o\} \cup \{p_u\}$ . L'ensemble  $\mathcal{A}$  contient trois types arcs : les arcs  $(s_o, j)$  du noeud source au noeud

$j \in N$ , les arcs  $(j, p_u)$  du noeud  $j \in N$  au noeud puits et un sous-ensemble  $I$  d'arcs  $(j, l) \in N \times N$ , tel que  $(l - j) \geq 3$ . Il est clair que  $I \subset N \times N$ . Alors  $\mathcal{A} = I \cup (\{s_o\} \times N) \cup (N \times \{p_u\})$ . Ensuite, on associe un coût  $c_{s_o, j} = \widehat{\beta}_j$  à un arc  $(s_o, j) \in (\{s_o\} \times N)$ , un coût  $c_{j, p_u} = 0$  à un arc  $(j, p_u) \in (N \times \{p_u\})$  et un coût  $c_{j, l} = \widehat{\beta}_l$  à un arc  $(j, l) \in I$ , où  $\widehat{\beta}_j$  et  $\widehat{\beta}_l$  correspondent respectivement aux bénéfices pondérés associés aux vols fusionnés  $j$  et  $l$ . Le lecteur peut se référer à l'algorithme 4.1 pour une description de l'algorithme utilisé pour construire un sous-réseau associé à une origine-destination et un jour de la semaine.

---

**Algorithme 4.1** Réseau correspondant à la fusion de vols pour un marché et un jour de la semaine

---

**pour tout**  $\widehat{v}_j, j \in \{1, 2, \dots, n - 1\}$  **effectuer**  
  **si**  $\widehat{\beta}_j < 0$  et il existe un avion disponible à la station origine au moment  $\widehat{t}_j$  **alors**  
    **Créer l'arc**  $(s_o, j)$  **de coût**  $c_{s_o, j} = \widehat{\beta}_j$   
    **Créer l'arc**  $(j, p_u)$  **de coût**  $c_{j, p_u} = 0$   
  **pour tout**  $\widehat{v}_l, l \in \{1, 2, \dots, n - 1\}$  **effectuer**  
    **si**  $(l - j) \geq 3$  et  $\widehat{\beta}_j < 0$  et  $\widehat{\beta}_l < 0$  et s'il existe un avion disponible à la station origine au moment  $\widehat{t}_j$  et  $\widehat{t}_l$  **alors**  
      **Créer l'arc**  $(j, l)$  **de coût**  $c_{j, l} = \widehat{\beta}_l$

---

Ensuite, afin de déterminer un ensemble de vols fusionnés admissible et optimal, nous avons appliqué un algorithme du plus court chemin sur ce réseau. Ainsi, les noeuds du plus court chemin entre les noeuds  $s_o$  et  $p_u$ , correspondent aux éléments de l'ensemble optimal de vols fusionnés admissibles. Par conséquent, pour chaque marché et jour de la semaine, nous obtenons les possibilités de fusion de vols admissibles les plus rentables pour la compagnie aérienne.

Afin de valider la démarche effectuée pour obtenir les possibilités de fusion de vols, nous avons utilisé le jeu de données fourni par Air Canada. Nous nous sommes intéressés aux segments de vol offerts à l'intérieur du Canada. Le nombre de ces segments de vol correspond à 2317 et 41% de ces segments de vol sont non rentables. À partir

de l'ensemble des segments de vol non rentables, nous obtenons 354 vols fusionnés admissibles  $\bar{v}_l$ ,  $l \in \{1, 2, 3, \dots, 354\}$  qui font partie d'un ensemble optimal.

Parfois les planificateurs voudront limiter le nombre total de segments de vol pouvant être fusionnés. Par exemple, sur les 354 vols fusionnés, il peut arriver que les planificateurs limitent le nombre total de vols fusionnés à 50. Pour obtenir le nombre de vols fusionnés voulu par les planificateurs, nous pouvons par exemple considérer les 50 vols fusionnés parmi les 354 qui ont les plus petits bénéfices pondérés. Cependant, en procédant ainsi on risque d'avoir pour une origine-destination et jour de départ, un ensemble de vols fusionnés admissibles et non optimal. En effet, supposons par exemple que pour une origine-destination et jour de départ, l'ensemble de vols fusionnés correspond à  $\widehat{V} = \{\widehat{v}_1, \widehat{v}_2, \widehat{v}_3, \widehat{v}_4\}$  avec des bénéfices pondérés respectifs de  $\widehat{\beta}_1 = \widehat{\beta}_2 = -20$ ,  $\widehat{\beta}_3 = -25$  et  $\widehat{\beta}_4 = -10$ . On suppose en plus que les avions sont disponibles à la station origine aux moments  $\widehat{t}_j$ ,  $j \in \{1, 2, 3, 4\}$ . Le sous-ensemble de vols fusionnés admissible et optimal correspond à  $A^* = \{\widehat{v}_1, \widehat{v}_4\}$ . Si les planificateurs limitent le nombre total de vols fusionnés à un pour cette origine-destination et jour, on peut donc choisir le vol fusionné  $\widehat{v}_1$  car  $\widehat{\beta}_1 < \widehat{\beta}_4$ . Cependant, nous pouvons remarquer que le vol fusionné  $\widehat{v}_3$  forme l'ensemble admissible et optimal quand on limite à un le nombre total de segments de vol pouvant être fusionnés.

Par conséquent, afin de déterminer un ensemble de vols admissible et optimal tout en permettant la limitation du nombre total de segments de vol pouvant être fusionnés, nous avons suivi la démarche itérative suivante. En premier, nous cherchons un ensemble de vols admissible et optimal sans limitation du nombre total de segments de vol pouvant être fusionnés, en appliquant l'algorithme du plus court chemin sur le réseau de l'algorithme 4.1. Ensuite, nous définissons un paramètre  $M > 0$  et on applique le plus court chemin sur le réseau de l'algorithme 4.1 en remplaçant  $\widehat{\beta}_j$  par  $\widehat{\beta}_j + M$ . Notons que le nombre total de segments de vol pouvant être fusionnés diminue quand la valeur du paramètre  $M$  augmente. Ce paramètre  $M$  est ensuite ajusté

jusqu'à obtenir le nombre total de vols fusionnés limité par les planificateurs. Par exemple à l'itération  $i$ , on peut choisir  $M = \min |\widehat{\beta}_j|$  où les  $\widehat{\beta}_j$  correspondent aux bénéfices pondérés des vols obtenus à l'itération  $i - 1$ .

Le tableau 4.1 présente le nombre total de vols fusionnés obtenu en fonction du paramètre  $M$ , pour l'ensemble des marchés intérieurs du Canada et jours de la semaine. Nous pouvons remarquer que pour obtenir 50 vols fusionnés, il faut prendre le paramètre  $M = 57$ , i-e., remplacer chaque  $\widehat{\beta}_j$  dans le réseau par  $\widehat{\beta}_j + 57$ .

Tableau 4.1 – Le nombre total de vols fusionnés obtenu en fonction de  $M$ .

Paramètre M	Nombre de vols fusionnés
0	354
10	294
20	224
30	147
40	91
50	66
55	54
56	53
57	50

**Remarque 4.1** Afin de déterminer les fusions les plus profitables pour la compagnie aérienne, nous pouvons apporter une amélioration dans le calcul des bénéfices pondérés associés aux vols fusionnés. En effet, au lieu de considérer la somme des bénéfices pondérés des vols à fusionner, nous pouvons par exemple considérer d'autres facteurs comme la demande en passagers et la capacité des types d'avions disponibles aux heures de départ des vols fusionnés. Par exemple, supposons que  $\widehat{v}_j$  et  $\widehat{v}_l$  sont deux regroupements non admissibles pour une paire de villes origine-destination pour

un jour de la semaine avec leurs heures de départ  $\hat{t}_j$  et  $\hat{t}_l$  et bénéfices pondérés correspondant respectivement à  $\widehat{\beta}_j = -50$  et  $\widehat{\beta}_l = -10$ . En appliquant notre démarche, on constate que la fusion la plus rentable correspond à  $\widehat{v}_j$ . Cependant en supposant que les demandes aux temps  $\hat{t}_j$  et  $\hat{t}_l$  correspondent à 150 passagers et que le seul avion disponible au temps  $\hat{t}_j$  a une capacité de 50 places et qu'au temps  $\hat{t}_l$ , il existe un avion disponible d'une capacité de 200 places, alors, dans ce cas, la fusion  $\widehat{v}_l$  se révèle plus profitable que la fusion  $\widehat{v}_j$ . En effet cette fusion permet de récupérer plus de passagers et donc d'engendrer plus de profit. Par conséquent, afin de déterminer les fusions les plus profitables pour la compagnie aérienne, nous pouvons donc apporter une amélioration dans le calcul des bénéfices pondérés des vols fusionnés en tenant compte de la demande de passagers et de la capacité des types d'avions disponibles aux heures de départ des vols fusionnés. Néanmoins, l'approche que nous avons adopté pour calculer les bénéfices pondérés des vols fusionnés nous permet de suggérer les fusions rentables pour la compagnie.

#### 4.2.2 Modèle de réoptimisation de l'horaire de vols

Afin d'estimer le profit réalisé grâce à l'annulation et à la fusion de vols, nous présentons dans cette section un modèle de réoptimisation de l'horaire de vols qui correspond à un programme linéaire en nombre entiers. Il s'agit d'une extension du modèle de base d'affectation des types d'avions aux vols proposé par HANE ET AL. (1995). Voyons d'abord la notation utilisée. Notons par  $K$  l'ensemble des différents types d'avion,  $n^k$  le nombre d'avions du type  $k \in K$ ,  $S$  l'ensemble des stations et  $V$  l'ensemble de segments de vols proposés sur l'horaire initial. Soit  $L$  l'ensemble des fusions possibles et  $G^l$  l'ensemble des vols de l'horaire initial impliqués dans la fusion  $l \in L$ , i.e., les deux vols pouvant être fusionnés et leurs voisins immédiats. À chaque ensemble  $G^l$ , on associe un ensemble  $H^l$  de vols du nouvel horaire constitué

du vol fusionné et ses vols voisins. Par exemple, si  $G^l = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  où  $v_2$  et  $v_3$  correspondent aux vols pouvant être fusionnés et  $v_1$  et  $v_4$  sont les vols voisins de  $v_2$  et  $v_3$ , alors l'ensemble  $H^l = \{v_1, v_{2,3}, v_4\}$ , où  $v_{2,3}$  correspond au vol qu'on obtient en fusionnant les vols  $v_2$  et  $v_3$ . Notons par  $G = \bigcup_{l \in L} G^l$  l'ensemble de vols pouvant être fusionnés et leurs voisins,  $H = \bigcup_{l \in L} H^l$  l'ensemble des vols fusionnés et leurs vols voisins et  $I = V - G$  l'ensemble des vols originaux moins l'ensemble des vols pouvant être fusionnés et leurs voisins.

On dénotera parfois les vols de  $I$  par  $i$ , les vols de  $G^l$  par  $(l, g)$  où  $g$  correspond à un vol de l'ensemble  $G^l$  et  $l \in L$ . On dénotera parfois les vols de  $H^l$  par  $(l, h)$  où  $h$  correspond à un vol de l'ensemble  $H^l$  et  $l \in L$ , ou encore, on notera les vols des ensembles  $I$ ,  $G^l$  et  $H^l$  par  $(o, d, t)$ , où  $o, d \in S$  sont respectivement les stations d'origine et de destination du vol et  $t$  le moment de son départ. On note par  $\tau_{odt'}^k$  le moment de la fin du vol  $(o, d, t') \in V$  s'il est couvert par un type d'avion  $k \in K$ . La valeur de  $\tau_{odt'}^k$  est obtenue en additionnant l'heure de départ  $t'$  de vol, la durée du vol et le temps minimum de connexion.

Tout comme dans HANE ET AL. (1995), on définit à chaque station, pour chaque type d'avion une liste d'événements (début et fins de vol) triée en ordre chronologique et on note par  $t^+$  et  $t^-$  les temps des événements suivant et précédent  $t$ .

Le problème est formulé comme un modèle de flot de type multi-commodité dans un réseau espace-temps, où on définit une commodité par type d'avion. Ainsi, pour chaque type d'avion  $k \in K$ , on construit un sous-réseau dans lequel l'ensemble  $N^k$  des noeuds représente les événements de début et de fin des vols et qui contient deux types d'arc : les arcs de vol et les arcs d'attente au sol. Les noeuds de l'ensemble  $N^k$  seront dénotés par  $(k, o, t)$  où  $k \in K$ ,  $o \in S$  et  $t$  est le moment de l'événement.

Le flot sur les arcs de vol est représenté par les variables  $X_i^k$  (ou  $X_{odt}^k$ ),  $X_{l,g}^k$  (ou  $X_{odt}^k$ ) et  $F_{l,h}^k$  (ou  $F_{odt}^k$ ). Les variables  $X_i^k$  valent 1 si un avion de type  $k$  couvre le vol  $i \in I$  et 0 sinon. Les variables  $X_{l,g}^k$  valent 1 si un avion de type  $k$  couvre le vol  $g \in G^l$ ,  $l \in L$  et 0 sinon. Les variables  $F_{l,h}^k$  valent 1 si un avion de type  $k$  couvre le vol  $h \in H^l$ ,  $l \in L$  et 0 sinon. Les variables  $Y_{ott+}^k$  sont associées au flot sur les arcs d'attente au sol, représentant le nombre d'avions de type  $k$  en attente à la station  $o$  entre les temps  $t$  et  $t^+$ .

Les valeurs de  $c_i^k$  et  $c_{l,g}^k$  correspondent respectivement aux profits anticipés des segments de vols  $i \in I$  et  $g \in G^l$  où  $l \in L$ , de l'horaire initial lorsqu'on utilise un type d'avion  $k$ , pour effectuer les vols  $i$  et  $g$ . Les valeurs de  $b_{l,h}^k$  correspondent aux profits anticipés des segments de vols  $h \in H^l$  où  $l \in L$ , du nouvel horaire proposé, lorsqu'on utilise un type d'avion  $k$  pour effectuer les vols  $h$ . Ces profits correspondent à la différence entre le revenu espéré et le coût associé au vol. Le revenu espéré provient du transport du cargo et des passagers. Pour le vol obtenu en fusionnant deux vols de l'ensemble  $G^l$ , le revenu cargo du vol fusionné correspond à la somme des revenus cargo de ces deux vols de l'horaire initial et pour un vol voisin du vol fusionné, i-e, un vol correspond à une copie du vol de l'ensemble  $G^l$  de l'horaire initial, son revenu cargo correspond au revenu cargo du vol de l'horaire initial. Le revenu passagers du vol correspond au produit du prix d'achat du billet par le nombre de passagers espérés. Notons que le nombre de passagers espérés est estimé à l'aide des techniques présentées au chapitre 3.

Pour compter le nombre d'avions utilisés, on doit choisir un moment de la journée où on fait le compte des avions au sol et en vol. Il est clair que le nombre d'avions obtenu pour chaque type ne dépend pas du moment choisi, puisqu'il y a toujours conservation de flot dans chacun des sous-réseaux. Pour le sous-réseau  $k$ , on note par  $O_1(k)$ ,  $O_2(k)$  et  $O_3(k)$  les ensembles des arcs de vol  $i \in I$ ,  $g \in G$  et  $h \in H$  ayant lieu à ce moment et par  $A(k)$  l'ensemble des arcs représentant l'attente au sol à ce même moment.

Pour que notre modèle puisse permettre l'annulation et la fusion de vols, nous introduisons des ensembles de variables supplémentaires. Ainsi nous définissons les variables  $A_i$  et  $A_{l,g}$  qui valent 1 si on annule un vol  $i \in V$  ou  $g \in G^l$  (et 0 sinon) et les variables  $B_l$  qui prennent la valeur 1 si on fusionne deux vols de l'ensemble  $G^l$  (0 sinon).

Le modèle peut donc s'écrire comme suit :

$$\text{Maximiser} \quad \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} c_i^k X_i^k + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{g \in G^l} c_{l,g}^k X_{l,g}^k + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{h \in H^l} b_{l,h}^k F_{l,h}^k \quad (4.7)$$

soit à :

$$\sum_{k \in K} X_i^k + A_i = 1, \quad \forall i \in I \quad (4.8)$$

$$\sum_{k \in K} X_{l,g}^k + A_{l,g} = 1, \quad \forall l \in L, \quad \forall g \in G^l \quad (4.9)$$

$$\sum_{k \in K} F_{l,h}^k - B_l = 0, \quad \forall l \in L, \quad \forall h \in H^l \quad (4.10)$$

$$A_{l,g} \geq B_l, \quad \forall l \in L, \quad \forall g \in G^l \quad (4.11)$$

$$\sum_{d \in S} \sum_{t': \tau_{odt'}^k = t} X_{dot'}^k + \sum_{d \in S} \sum_{t': \tau_{odt'}^k = t} F_{dot'}^k + Y_{ot-t}^k - \sum_{d \in S} X_{odt}^k - \sum_{d \in S} F_{odt}^k - Y_{ott+}^k = 0,$$

$$\forall k \in K, \quad \forall (o, t) \in N^k \quad (4.12)$$

$$\sum_{i \in O_1(k)} X_i^k + \sum_{(l,g) \in O_2(k)} X_{l,g}^k + \sum_{(l,h) \in O_3(k)} F_{l,h}^k + \sum_{\{ott+\} \in A(k)} Y_{ott+}^k \leq n^k,$$

$$\forall k \in K \quad (4.13)$$

$$Y_{ott+} \geq 0, \quad \forall k \in K, \forall (o, t) \in N^k \quad (4.14)$$



$$X_i^k \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K, \quad \forall i \in I \quad (4.15)$$

$$X_{l,g}^k \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K, \quad \forall l \in L, \quad \forall g \in G^l \quad (4.16)$$

$$F_{l,h}^k \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K, \quad \forall l \in L, \quad \forall h \in H^l \quad (4.17)$$

$$A_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I \quad (4.18)$$

$$A_{l,g} \in \{0, 1\}, \quad \forall l \in L, \quad \forall g \in G^l \quad (4.19)$$

$$B_l \in \{0, 1\}, \quad \forall l \in L. \quad (4.20)$$

L'objectif (4.7) consiste à maximiser le total des profits anticipés. Les contraintes (4.8), (4.9), (4.10) et (4.11) assurent que les vols seront couverts par un et un seul avion avec possibilité d'annuler ou de fusionner des vols. En effet les contraintes (4.8) permettent de couvrir les vols de l'ensemble  $I$  par un seul avion avec possibilité d'annulation si une variable  $A_i$  est égale à 1. Les contraintes (4.9) permettent de couvrir les vols de l'ensemble  $G$  par un seul avion avec possibilité d'annulation si une variable  $A_{l,g}$  est égal à 1. Les contraintes (4.10) permettent la fusion des vols. En effet si une variable  $B_l$  prend la valeur 1, on permet la fusion de deux vols des ensembles  $G^l$ . Notons que s'il y a fusion, alors les contraintes (4.11) imposent l'annulation de tous les vols de l'ensemble  $G^l$ . En effet si,  $B_l = 1$ , alors  $A_{l,g} = 1$ . S'il n'y a pas de fusion ( $B_l = 0$ ), notre modèle permet d'annuler ou de garder les vols de l'ensemble  $G^l$ . En effet, si  $B_l = 0$ , alors  $A_{l,g} = 0$  ou 1. Les contraintes (4.12) préservent la conservation de flot et les contraintes (4.13) limitent la disponibilité des avions pour chaque type.

### 4.3 Résultats numériques et comparaisons

Nous présentons les résultats numériques correspondant à la solution du problème de réoptimisation de l'horaire de vols. En premier, nous présentons les résultats obtenus

sur une journée. Ensuite, nous présentons les résultats obtenus sur une semaine. En particulier, nous comparons la solution du problème de réoptimisation de l'horaire de vols et la solution de l'affectation proposée par Air Canada ainsi que la solution du problème de base d'affectation de types d'avions aux vols.

Pour ce faire, nous avons effectué des tests numériques sur un jeu des données fourni par Air Canada et correspondant à la planification d'une semaine de l'été 2002. Tous les tests numériques présentés dans cette section ont été effectués sur un processeur d'une machine ultrasparc à 900MHz et 8GB de mémoire. La résolution de chaque problème a été effectuée à l'aide de l'optimiseur CPLEX 7.5. Avant la résolution de chaque problème, nous avons utilisé la procédure de réduction algébrique fournie par l'optimiseur CPLEX. Afin d'obtenir facilement des solutions entières dans le branchement, une procédure heuristique d'arrondi est appliquée après la résolution de la relaxation linéaire du noeud racine avant d'appliquer la procédure de branchement. Ainsi, les variables de flot binaires, de l'annulation et de fusion dont la valeur fractionnaire est supérieur à un certain seuil que nous avons posé à 0.7, sont fixées à 1. La relaxation linéaire a été résolue à l'aide de l'algorithme de point intérieur suivi d'une procédure pour obtenir une solution de base (crossover). Les relaxations linéaires des autres noeuds de l'arbre de branchement ont été résolues à l'aide de l'algorithme du simplexe primal. En effet, la résolution des autres noeuds de l'arbre par cet algorithme offre une stabilité dans les temps de résolution des problèmes par rapport à l'algorithme de point intérieur suivi d'une procédure pour obtenir une solution de base (crossover). La méthode de branchement employée consiste à fixer une variable de recouvrement d'un segment de vol à 0 ou 1. Nous n'accordons aucune priorité aux variables pendant le branchement. La méthode d'exploration de l'arbre est de type profondeur d'abord. Notons que nous permettons des retours en arrière dans l'arbre de branchement. Le critère d'arrêt correspond à la première solution entière trouvée.

### 4.3.1 Résultats numériques sur une journée

Nous présentons dans cette section les résultats numériques obtenus correspondant à la solution du problème d'affectation des types d'avion aux vols en permettant l'annulation et la fusion de vols sur la journée de mercredi. En particulier, nous comparons cette solution avec la solution de l'affectation proposée par Air Canada ainsi qu'avec la solution du problème de base d'affectation des types d'avions aux vols obtenue avec l'horaire initial. Sur l'horaire initial de la journée de mercredi, Air Canada offre 753 segments de vols nationaux et internationaux. Nous avons effectué des tests sur trois types de problèmes : le problème de base d'affectation des types d'avions aux vols (PB), le problème de base en permettant seulement l'annulation de vols (PA) et le problème de base en permettant l'annulation et la fusion de vols (PAF) en limitant le nombre de fusions permises à 10 et à 30. Notons que nous avons permis uniquement la fusion de vols intérieurs au Canada et le nombre de fusions souhaitées a été obtenu à l'aide de l'algorithme du plus court chemin appliqué au réseau 4.1 décrit à la section 4.2.1. Notons ensuite que nous permettons l'annulation de tous les segments de vols.

Les tableaux 4.2, 4.3 et 4.4 présentent respectivement la taille des modèles pour les problèmes considérés, les résultats numériques sur la résolution des problèmes ainsi que les résultats numériques sur les solutions obtenues. La première colonne de ces tableaux indique le type de problème testé. Les deuxième et troisième colonne du tableau 4.2 indiquent respectivement le nombre de variables et le nombre de contraintes des modèles pour chaque problème considéré. Les variables correspondent au flot sur les arcs de vol, au flot sur les arcs d'attente au vol, aux variables d'annulation de vols et de fusion de vols (si nous permettons l'annulation et la fusion de vols). Les contraintes correspondent aux contraintes de couverture, de conservation de flot et de limitation du nombre d'avions de chaque type disponible. Nous pouvons remarquer que les modèles des problèmes PB et PA ont le même nombre de contraintes et

que le modèle PA comporte 753 variables de plus que le modèle de PB. En effet, le modèle de PA est une extension du modèle de PB auquel on lui ajoute les variables correspondant à l'annulation de vols et ces vols sont au nombre de 753. Pour le modèle avec possibilité de fusion et d'annulation, nous observons une augmentation du nombre de variables et de contraintes.

Tableau 4.2 – Taille des modèles pour la journée de mercredi.

Test	Nombre de variables	Nombre de contraintes
PB	20726	14203
PA	21479	14203
PAF10	22302	14795
PAF30	24260	16198

Le tableau 4.3 présente les temps de résolution observés. On y indique le temps de résolution observé pour l'obtention de la solution optimale de la relaxation linéaire (deuxième colonne), le temps passé au niveau du processus de branchement pour l'obtention de la solution entière (troisième colonne), le nombre de noeuds de branchement (quatrième colonne), ainsi que le temps total de résolution (cinquième colonne). Ce dernier correspond à la somme des temps des deuxième et troisième colonnes. Nous remarquons que les temps de résolution sont très raisonnables pour

l'ensemble des problèmes résolus. Nous remarquons une augmentation du temps de calcul de la relaxation linéaire pour les modèles permettant l'annulation et la fusion de vols. En effet, pour les modèles des problèmes PA, PAF10 et PAF30, ces temps correspondent respectivement à 13.03, 14.6 et 17.28 secondes. Par contre, nous pouvons remarquer que le temps de résolution passé au niveau du branchement ne dépend pas du nombre de fusions permises. En effet, ces temps correspondent à 2.19, 3.49 et 2.49 respectivement pour 0, 10 et 30 fusions permises. Il semble que la variation des temps de résolution provient du caractère aléatoire du processus de branchement.

Tableau 4.3 – Résultats numériques sur la résolution des problèmes pour la journée de mercredi

Test	Relaxation linéaire (sec.)	Branchement (sec.)	Nombre de noeuds de branchement	Temps total (sec.)
PB	11.74	1.45	1	13.19
PA	13.03	2.19	1	15.22
PAF10	14.6	3.49	4	18.09
PAF30	17.28	2.49	1	19.77

Au tableau 4.4, nous indiquons les caractéristiques des solutions des problèmes testés. La deuxième colonne indique le nombre de segments de vol annulés dans l'ensemble  $I$ , où  $I$  dénote l'ensemble de vols originaux moins l'ensemble des vols pouvant être fusionnés et leurs voisins. La troisième colonne indique le nombre de fusions effectuées,

la quatrième et la cinquième colonne indiquent respectivement la valeur optimale de la relaxation linéaire et la valeur de la solution entière trouvée. Dans la sixième colonne, nous indiquons le gain réalisé en permettant l'annulation et la fusion de vols. Ce gain correspond aux économies en pourcentage réalisés par rapport à la solution de l'affectation proposée par Air Canada. Pour la journée de mercredi la solution de l'affectation des types d'avions aux vols proposée par Air Canada permet de générer un bénéfice de 6768930. Notons que dans le calcul des bénéfices nous excluons les coûts fixes associés à l'utilisation des avions. Ces derniers reflètent les coûts de possession des avions. Nous pouvons remarquer en premier que pour l'ensemble de problèmes testés, les solutions entières sont de très bonne qualité. En effet les valeurs des solutions entières sont proches de celles des solutions des relaxations linéaires. Nous remarquons que le modèle de base du problème PB a permis à Air Canada d'obtenir un gain correspondant à 10.38%. Nous remarquons que l'annulation et la fusion de vols a permis d'augmenter les gains. En effet, pour les problèmes PA, PAF10 et PAF30, le gain correspond respectivement à 14.42%, 15.06% et 17.44%. Nous remarquons que le nombre de vols annulés diminue quand le nombre de fusions permises augmente et que l'optimiseur favorise la fusion de vols. En effet, nous remarquons que l'optimiseur permet de fusionner plus de 90% des fusions permises. Cela nous montre que la démarche que nous avons utilisé à la section 4.2.1 afin de déterminer un ensemble de fusions permises, propose les fusions les plus profitables pour la compagnie aérienne.

Tableau 4.4 – Résultats numériques sur la solution des problèmes pour la journée de mercredi

Test	Nombre de de vols annulés	Nombre de fusions effectuées	Valeur de la relaxation linéaire	Valeur de la solution	Gain en %
PB	—	—	7471826	7471826	10.38
PA	88	—	7745277	7745277	14.42
PAF10	77	9	7788998	7788284	15.06
PAF30	62	29	7949633	7949633	17.44

### 4.3.2 Résultats numériques sur une semaine

Nous présentons dans cette section les résultats numériques obtenus pour le problème d'affectation des types d'avion aux vols en permettant l'annulation et la fusion de vols sur une semaine. Nous effectuons une comparaison de cette solution avec la solution de l'affectation proposé par Air Canada ainsi qu'avec la solution du problème de base. Pour ce faire, nous avons effectué des tests sur trois types de problèmes : le problème de base d'affectation des types d'avions aux vols (PB), le problème de base en permettant seulement l'annulation de vols (PA) et le problème de base en permettant l'annulation et la fusion de vols (PAF) pour 50 et 100 fusions permises, en permettant d'annuler tous les segments de vols. Notons que sur une semaine de planification, Air Canada offre 5172 vols nationaux et internationaux dans l'horaire initial. Notons ensuite que nous avons permis uniquement la fusion de vols intérieurs au Canada et le nombre de fusions souhaités a été obtenu à l'aide de l'algorithme du plus court chemin appliqué sur le réseau 4.1 décrit à la section 4.2.1.

Les tableaux 4.5, 4.6 et 4.7 présentent respectivement les mêmes caractéristiques que les tableaux 4.2, 4.3 et 4.4. Au tableau 4.5, nous pouvons remarquer que la taille des modèles augmente significativement quand on considère un horizon d'une semaine.

Au tableau 4.6, nous constatons que les temps de calcul sont très élevés pour l'ensemble des problèmes. Cela s'explique par la taille des modèles qui a considérablement augmenté en résolvant les problèmes sur une semaine.

Au tableau 4.7, nous remarquons que pour l'ensemble des problèmes testés, les solutions entières sont de bonne qualité. En effet, les valeurs des solutions entières sont proches de celles des solutions des relaxations linéaires. Nous remarquons que le modèle de base du problème PB a permis à Air Canada d'obtenir un gain correspondant à 8.97% par rapport à la solution proposée par Air Canada laquelle a un bénéfice



Tableau 4.5 – Taille des modèles sur une semaine.

Test	Nombre de variables	Nombre de contraintes
PB	138968	97352
PA	144140	97352
PAF50	147364	99681
PAF100	152721	103528

correspondant à 48065000. Notons que dans le calcul des bénéfices nous excluons les coûts fixes associés à l'utilisation des avions. Nous remarquons que la possibilité d'annuler l'ensemble de vols a permis d'obtenir un gain de 13.10 % pour 583 vols annulés. De plus, nous remarquons que "la combinaison" annulation et fusion de vols permet d'augmenter les gains. En effet, plus on augmente le nombre de fusions souhaitées plus les gains sont importants et l'optimiseur annule moins de vols.

Tableau 4.6 – Résultats numériques sur la résolution des problèmes d’une semaine

Test	Relaxation linéaire (sec.)	Branchement (sec.)	Nombre de noeuds de branchement	Temps total (sec.)
PB	1063.67	14544.92	11	15608.59
PA	1132.75	4278.9	5	5411.65
PAF50	1057.6	41154.57	22	42212.17
PAF100	1328.1	56607.42	44	57935.52

Tableau 4.7 – Résultats numériques sur la solution des problèmes d’une semaine

Test	Nombre de de vols annulés	Nombre de fusions effectuées	Valeur de la relaxation linéaire	Valeur de la solution	Gain en %
PB	—	—	52560587.70	52376000	8.97
PA	583	—	54402253.54	54359503	13.10
PAF50	543	36	54506420.76	54450273	13.28
PAF100	481	91	54769439.84	54651994	13.70

## CONCLUSION

Les deux objectifs du mémoire ont été rencontrés, soit d'évaluer un horaire de vols hebdomadaire proposé par une compagnie aérienne et de l'améliorer. Pour atteindre ces objectifs, nous avons mis en place un système interactif d'aide à la réoptimisation d'un horaire de vols. Dans ce système, nous évaluons l'horaire de vols afin de l'améliorer en permettant l'annulation et/ou la fusion des vols non rentables pour la compagnie. Ensuite, afin d'estimer le nombre de passagers pour le nouvel horaire, nous avons défini des modèles de répartition de la demande des passagers et d'attraction de vols. Finalement, pour estimer le profit engendré par l'annulation ou la fusion de vols non rentables, nous avons proposé un modèle de réoptimisation de l'horaire de vols. Ce modèle résout le problème d'affectation des types d'avions aux vols en permettant l'annulation et la fusion de vols.

Les principales contributions de ce mémoire sont les suivantes. Nous avons d'abord mis en place une formule de bénéfice pondéré permettant d'identifier les segments de vols non rentables. Ensuite, nous avons proposé un modèle de répartition de la demande des passagers. Enfin, un modèle d'affectation des types d'avions aux vols permettant l'annulation et la fusion de vols a été développé.

Les conclusions tirées de l'étude sont les suivantes. La réoptimisation d'un horaire de vols sur une journée permet d'obtenir un gain de plus de 17% avec de très bonnes solutions entières et un temps de résolution raisonnable. Pour un horizon d'une semaine, la réoptimisation d'un horaire de vols permet d'obtenir un gain de plus de 13% avec des solutions entières de très bonne qualité. Cependant, les temps de résolution sont très élevés. De nouvelles voies de recherche suite à cette étude peuvent porter sur la procédure du branchement dans la résolution afin de réduire les temps

de calcul. Il serait intéressant d'enrichir le modèle de réoptimisation en permettant au modèle de considérer la possibilité de déplacer l'heure de départ des vols et la possibilité d'ajouter des vols afin d'augmenter les gains. Il serait également intéressant d'améliorer le modèle de répartition de la demande des passagers en lui ajoutant un facteur qui permet de tenir compte de la concurrence avec d'autres compagnies aériennes.

## BIBLIOGRAPHIE

BÉLANGER, N., (2004). *Contributions au problème d'affectation des types d'avion*. Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, Canada.

BÉLANGER, N., DESAULNIERS, G., SOUMIS, F. ET DESROSIERS, J., (2003). *Periodic Airline Fleet Assignment with Time Windows, Spacing Constraints, and Time Dependent Revenues*. Les Cahiers du Gerad G-2003-41, HEC Montréal, Montréal.

BÉLANGER, N., DESAULNIERS, G., SOUMIS, F. ET DESROSIERS, J., (2002) *Weekly Airline Fleet Assignment with Homogeneity*. Les Cahiers du Gerad G-2002-70., HEC Montréal, Montréal.

CLARKE, L.W., HANE, C.A., JOHNSON, E.L ET NEMHAUSER, G.L., (1996) *Maintenance and Crew Consideration in Fleet Assignment*. Transportation Science 30, no 3, 249-260, 1996.

DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., DUMAS, Y., SOLOMON, M.M. ET SOUMIS, F., (1997) *Daily Aircraft Routing and Scheduling*. Management Science 43, no 6, 841-855, 1997.

DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., GAMACHE, M. ET SOUMIS, F., (1998). *Crew Scheduling in Air Transportation*. Fleet Management and Logistics, T. G. Crainic and G. Laporte (eds.), Kluwer, Norwell MA, USA, 169-185 (1998).

DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., LASRY, A. ET SOLOMON, M.M., (1999) *Crew Pairing for a Regional Carrier*. Computer-Aided Transit Scheduling, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 471, N.H.M. Wilson (ed), Springer, Berlin, 19-41, (1999).

DETZEL, EDWARD, G., (1971) *A Simulation of Airline Market Shares as a Function of Scheduling*. Thèse de doctorat, Université d'Illinois, États-Unis, 1971.

GAGNON, G., (1967) *A Model for Flowing Passengers Over Airlines Networks*. Proceedings of the seventh AGIFORS Symposium, 1967.

HANE, C. A., BARNHART, C., JOHNSON, E.L., MARTSTEN, R.E., NEMHAUSER, G.L., SIGISMONDI, G.C.(1995). *The fleet assignment problem : solving a large integer program*. Mathematical Programming **70**, 211-232.

LAVOIE, S. ET SOUMIS, F. (1982) *Modélisation de l'attraction des routes en transport aérien*. Publication # 275. Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal, 1982.

IOACHIM, I., DESROSIERS, J., SOUMIS, F., ET BÉLANGER, N., (1994) *Fleet Assignment and Routing With Schedule Synchronization Constraints*. Les Cahiers du Gerad, G-94-48, Octobre 1994.

NIKULAINEN, M., (1992) *A Simple Mathematical Method to Define Demand for Schedule Planning*. Proceedings of AGIFORS Symposium, Octobre 1992.

REXING, B., BARNHART, C., KNIKER, T., JARRAH, A. ET KRISHNAMURTHY., N., (2000) *Airline Fleet assignment with Time Windows*. Transportation Science **34**, no 1, 1-20, 2000.

SOUMIS, F., (1978) *Planification d'une Flotte d'Avions. Ph.D.*. Thèse de doctorat, Université de Montréal, Canada, 1978.

SOUMIS, F. ET NAGURNEY, A., (1993) *A Stochastic, Multiclass Airline Network Equilibrium Model*. Operations Research Society, no 4, 721-730, 1993.

STOJKOVIĆ, G., SOUMIS, F. ET DESROSIERS, J., (1997) *An Optimization Model for Real-Time Flight Scheduling*. Les Cahiers du Gerad, G-97-46, Juillet 1997.

STOJKOVIĆ, M. ET SOUMIS, F., (2000) *The Operational Flight and Multi-Crew scheduling Problem*. Les Cahiers du Gerad, G-2000-27, Juin 2000.

STOJKOVIĆ, G., SOUMIS, F. ET DESROSIERS, J., (1997) *An Optimization Model for Real-Time Flight Scheduling*. Les Cahiers du Gerad, G-97-46, Juillet 1997.